AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ ELM VƏ TƏHSİL NAZİRLİYİ

BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ
HEYDƏR ƏLİYEVİN ANADAN OLMASININ
101-Cİ İLDÖNÜMÜNƏ HƏSR OLUNMUŞ

RİYAZİYYAT, MEXANİKA VƏ İNFORMASİYA TEXNOLOGİYALARININ MÜASİR MƏSƏLƏLƏRİ

mövzusunda

RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSININ

MATERİALLARI

02-03 MAY, 2024

BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ | AZƏRBAYCAN

KONFRANSIN TƏŞKİLAT KOMİTƏSİ

Sədr:

Ziyatxan Əliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin dekanı

Üzvlər:

Şirmayıl Bağırov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin elmi işlər üzrə dekan müavini
Alı Əliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin tədris işləri üzrə dekan müavini
Etibar Əhmədov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin sosial məsələlər və tələbələrlə iş üzrə dekan müavini
Kamalə Rəhimova	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Hesablama riyaziyyatı kafedrasının müəllimi

KONFRANSIN PROQRAM KOMİTƏSİ

Sədr:

Rəşid Əliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyazi analiz kafedrasının müdiri

Üzvlər:

Misir Mərdanov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Ali riyaziyyat kafedrasının müdiri, AMEA-nın müxbir üzvü, Elm və Təhsil Nazirliyinin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun direktoru.
Vaqif İbrahimov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Hesablama riyaziyyatı kafedrasının müdiri, AMEA-nın müxbir üzvü
Ədalət Axundov	Elm və Təhsil Nazirliyinin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Elmi işlər üzrə direktor müavini
Ələkbər Əliyev	BDU-nun Tətbiqi-riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin İnformasiya texnologiyaları və proqramlaşdırma kafedrasının müdiri
Hamlet Quliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin İdarəetmə nəzəriyyəsinin riyazi üsulları kafedrasının müdiri
Arif Səlimov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının müdiri
Səməd Əliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrasının müdiri
Rövşən Əliyev	BDU-nun Tətbiqi-riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin Ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika kafedrasının müdiri
Mübariz Xəlilov	BDU-nun Tətbiqi-riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin İnformatika kafedrasının müdiri
Yusif Sevdimalıyev	BDU-nun Nəzəri mexanika və bütöv mühit mexanikası kafedrasının müdiri
Əli Əhmədov	BDU-nun Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksioanal analiz kafedrasının müdiri
Sadiq Abdullayev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyazi analiz kafedrasının professoru
Hidayət Hüseynov	BDU-nun Tətbiqi-riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin Tətbiqi-riyaziyyat kafedrasının professoru
Nizaməddin İsgəndərov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Diferensial və inteqral tənliklər kafedrasının professoru

Sədi Bayramov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının professoru
Elmağa Qasımov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrasının professoru
Telman Qasımov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasının professoru

KİBERTƏHLÜKƏSİZLİKDƏ DƏRİN ÖYRƏNMƏ

Kəmalə Bəylər qızı Abbasova, Fariz Rəfail oğlu Həsənov

Azerbaijan Technical University

kabbasova728@gmail.com, fhv1221@gmail.com

Kibertəhlükəsizlik tədbirləri, informasiya texnologiyalarının (IT) və informasiya sistemlərinin müdafiəsi üçün görülən hər hansı bir aktivlik və tədbirdir. Bu tədbirlər, müxtəlif hücum növlərinə qarşı qorunma və qarşıdurma tədbirlərini, məlumatların qorunmasını, təhlükəsizliyin təmin edilməsini və informasiyanın müəyyənliyini təmin edir.[1; 17s.]

Kibertəhlükəsizlik tədbirləri zamanı görülən işlərin əsas məqsədi, informasiya texnologiyalarının və informasiya sistemlərinin təhlükəsizliyini təmin etməkdir. Bu tədbirlər, müxtəlif hücum növlərinə qarşı qorunma, məlumatların qorunması, informasiyanın müəyyənliyi və şirkətin informasiya infrastrukturunun müdafiəsi üçün görülür. [2; 27s.]

Əsas məqsədlər aşağıdakılardır:

- Təhlükələrin aşkar edilməsi və müdafiə tədbirlərinin təşkilatı: Kibertəhlükəsizlik tədbirləri zamanı aparılan işlər, potensial təhlükələri aşkar etməyə və buna uyğun müdafiə tədbirlərini təşkil etməyə yönəlmişdir. Bu, şirkətin IT infrastrukturunu potensial hücum növlərinə qarşı qorumağa kömək edir.
- Məlumatların qorunması və gizliliyin təmin edilməsi: İstifadəçilərin məlumatlarına daxil olmağa cəhd göstərən təhlükələrə qarşı məlumatların qorunması əhəmiyyətli bir məqsəddir. Bu, məlumatların şifrlənməsi, məlumat bazalarının və şəbəkə trafiyinin qorunması və s. daxildir.
- Hücum növlərinin müəyyənləşdirilməsi və qarşısının alınması: Hücum növlərinin müəyyənləşdirilməsi, hücumların kökünə qarşı mövqe alınması və müdafiə tədbirlərinin təşkil edilməsi əsas məqsədlərdən biridir.[3; 67s.]

Kiber hücumların qarşısını almaq üçün effektiv bir planın təşkilatı çox əhəmiyyətlidir. Kibertəhlükəsizlik planının əsas mərhələləri:

1. Risk qiymətləndirməsi: İT infrastrukturunu qiymətləndirmək və potensial riskləri müəyyənləşdirmək əsas mərhələdir. Bu, potensial təhlükələri, zəiflikləri və mövcud müdafiə tədbirlərinin effektivliyini qiymətləndirmək üçün əhəmiyyətlidir.[4; 45s.]
2. Təhlükəsizlik siyasəti və prosedurlarının təyinatı: Bir şirkətin kibertəhlükəsizlik siyasəti və prosedurları təyin etməsi əhəmiyyətlidir. Bu, təhlükəsizlik standartlarını müəyyənləşdirmək, məlumatların qorunması üçün qaydaları qoymaq və təhlükəsizlik prosedurlarını tətbiq etmək deməkdir.
3. Müdafiə tədbirlərinin tətbiqi: Müdafiə tədbirləri, məlumatların qorunması üçün əhəmiyyətlidir. Bu, firewall, antivirus proqramlar, şəbəkə qoruma, məlumat şifrlənməsi kimi tədbirləri əhatə edir.[5; 61s.]

Nəticə

Kibertəhlükəsizlikdə tədqiqat, potensial təhlükələri müəyyənləşdirmək, yeni hücum növlərinə qarşı qorunma strategiyaları təyin etmək və informasiya texnologiyalarının (IT) təhlükəsizliyini yaxşılaşdırmaq üçün aparılan sistematik bir prosesdir. Bu proses, bilim və texnologiya sahəsindəki son inkişafları izləyərək mövcud təhlükələri anlamaq və yeni təhlükələrə qarşı qorunma strategiyaları tərtib etmək üçün əhəmiyyətlidir.

Kibertəhlükəsizlikdə tədqiqat prosesi aşağıdakı adımları əhatə edir:

1. Mövqeyi qiymətləndirmə və təhlükələrin müəyyənləşdirilməsi: Tədqiqat prosesinin əsas mərhələlərindən biri, kibertəhlükəsizlik mühitini qiymətləndirmək və potensial təhlükələri və zəiflikləri müəyyənləşdirməkdir. Bu, mövcud təhlükələri və potensial riskləri dəyərləndirmək üçün kəşfi mərhələləri daxildir.

2. Təhlükəsizlik tədbirlərinin qiymətləndirilməsi: Tədqiqat prosesi, mövcud təhlükəsizlik tədbirlərinin effektivliyini qiymətləndirir və onları müasir təhlükələrə və yeni hücum növlərinə qarşı təkmilləşdirmək üçün nəzərdə tutur.

3. Yeni texnologiyaların tətbiqi və inkişafı: Tədqiqat, yeni texnologiyaların kibertəhlükəsizlikdə necə istifadə edilə biləcəyini müəyyənləşdirmək üçün aparılır. Bu, yapay intellekt (AI), maşın öyrənmə (ML), blokchain, biometrika və s. Kimi innovativ texnologiyalara fokuslanır.

Bu mərhələlər tədqiqat prosesinin əsasını təşkil edir və kibertəhlükəsizlik sahəsində mövcud təhlükələrin və yeni hücum növlərinin qarşısını alır.

Ədəbiyyat

1. Sahu, A. K., Sharma, S., Tanveer, M., & Raja, R. (2021). Internet of Things attack detection using hybrid Deep Learning Model.Computer Communications, 176, 146-154.
2. Woźniak, M., Siłka, J., Wieczorek, M., & Alrashoud, M. (2020). Recurrent neural network model for IoT and networking malware threat detection. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 17(8), 5583-5594.
3. Bahtiyar, S.; Çaglayan, M.U. Extracting trust information from security system of a service. J. Netw. Comput. Appl. 2012, 35, 480-490. CrossRef
4. Jordan, M.I.; Mitchell, T.M. Machine learning: Trends, perspectives, and prospects. Science 2015, 349, 255-260. [Cross Ref]
5. Mishra, P.; Varadharajan, V.; Tupakula, U.; Pillä, ES. A detailed investigation and analysis of using machine learning techniques for intrusion detection. IEEE Commun. Surv. Tutor, 2019, 21, 686-728. [Cross Ref].

K-QİYMƏTLİ MƏNTİQDƏ TAMLIĞIN TANINMASI ALQORİTMİ

Elvin Aydin oğlu Abdullayev

Sumqayıt Dövlət Universiteti

elvin.abdullayev.2023@inbox.ru

Tərif 1. Əgər P_k-dan olan istənilən funksiya $R = \{ f_1, f_2, ..., f_s, ...\}$ sisteminin funksiyalarının köməkliyi ilə düstur şəklində təsvir oluna bilərsə, onda R funksiyalar sistemi P_k-da tam sistem adlanır.

Teorem 1. Tutaq ki, P_k-daaşağıdakı iki funksiyalar sistemi verilmişdir:

$$R = \{ f_1, f_2, ...\}, \tag{I}$$

$$Q = \{g_1, g_2, \ldots\}. \tag{II}$$

Tutaq ki, I sistemi tamdır və onun istənilən funksiyası II sisteminin funksiyaları vasitəsilə düstur şəklində ifadə olunur. Onda II sistemi də tamdır.

Tam sistemlərə nümunələr:

1. $R = P_k$ sistemi tamdır.

2. Rosser-Turkett sistemi adlanan aşağıdakı sistem tamdır:

$$R = \{0,1,\ldots,k-1, I_0(x),\ldots,I_{k-1}(x),\ x_1 \& x_2,\ x_1 \vee x_2\}.$$

3. $R = \{\bar{x},\ \max(x_1, x_2)\}$ tamdır.

4. $R = \{V_k(x_1, x_2)\}$ sistemi P_k-datamdır.

Tərif 2. Tutaq ki, R sinfi P_k-dan olan funksiyaların istənilən altçoxluğudur. P_k-dan olan və R sinfinin funksiyaları vasitəsilə düstur şəklində təsvir olunan bütün funksiyalar çoxluğuna R-in qapanması deyilir və $[R]$ kimi işarə olunur.

Tərif 3. R sinfi (çoxluğu) əgər $[R] = R$ şərtini ödəyərsə, onda o (funksional) qapalı sinif adlanır.

Nümunə 1. 1) $R = P_k$ sinfi qapalı sinifdir.

2) Tutaq ki, $G \subset E^k$ -dır. Tutaq ki, $f(x_1,\ldots,x_n) \in P_k$ və $\alpha_i \in G,\ i = 1,\ldots,n$ olduqda $f(\alpha_1,\ldots,\alpha_n) \in G$ olur. Belə $f(x_1,\ldots,x_n)$ funksiyalar sinfini T_G ilə işarə edək. Başqa sözlə T_G sinfi G çoxluğunu özündə saxlayan və P_k-dan olan funksiyalar sinfidir. T_G sinfi qapalı sinifdir.

Teorem 2. Tamlığın tanınması üçün alqoritm vardır.

İsbatı. İnduksiya vasitəsilə x_1 və x_2 dəyişənlərindən asılı funksiyalardan ibarət olan $Q_0, Q_1,\ldots,Q_r,\ldots$ çoxluqlar ardıcıllığını quraq. Burada $Q_0 = \varnothing$. Tutaq ki, artıq $Q_0, Q_1,\ldots,Q_r$ çoxluqları qurulmuşdur. Q_{r+1} çoxluğunun qurulmasına baxaq.

Tutaq ki, Q_r $(r \geq 0)$ çoxluğu aşağıdakı kimidir:

$$Q_r = \{h_1(x_1, x_2),\ldots,h_{s_r}(x_1, x_2)\}.$$

Burada $r = 0$ olarsa, onda $s_r = 0$ olar. Hər bir i $(i = 1,\ldots,s)$ üçün

$$f_i(H(x_1, x_2),\ldots,H_n(x_1, x_2))$$

şəklində olan bütün mümkün düsturlara baxaq, harada ki, $H_\ell(x_1, x_2)$ $(\ell = 1,\ldots,n)$ ya Q_r çoxluğundan olan hər hansı bir funksiya ya da ki, $\{g_1^2(x_1, x_2), g_2^2(x_1, x_2)\}$ çoxluğundandır.

Beləliklə, $s(s_r + 2)^n$ sayda düstura baxmaqla ola bilsin ki, Q_r çoxluğuna daxil olmayan funksiyalar ala bilərik. Bu funksiyaların Q_r çoxluğuna daxil olmayanlarını aşağıdakı kimi işarə edək

$$h_{s_r+1}(x_1, x_2),\ h_{s_r+2}(x_1, x_2),\ldots,h_{s_{r+1}}(x_1, x_2).$$

$Q_{r+1} = Q_r \cup \{h_{s_r+1}(x_1, x_2),\ldots,h_{s_{r+1}}(x_1, x_2)\}$ qəbul edək. Aydındır ki,

$$Q_0 \subseteq Q_1 \subseteq \ldots \subseteq Q_r \subseteq \ldots$$

Qurma prosesindən görünür ki, əgər $Q_{r+1}=Q_r$ olarsa, onda $Q_r=Q_{r+1}=Q_{r+2}=\ldots$ olar, yəni çoxluqlar ardıcıllığı stabilləşər. R çoxluğu sonlu və ona daxil olan funksiyalar n sayda dəyişəndən asılı olduğundan, digər tərəfdən, Q_i çoxluğunun gücü k^{k^2} -dənböyük olmadığından aydındır ki, elə r^* minimal nömrəsi tapılar ki, $Q_{r^*}=Q_{r^*+1}$ olsun.

Aydındır ki, $r^*\le k^{k^2}$ olur. Q_{r^*} çoxluğuna baxaq. İki hal mümkündür.

1) Q_{r^*} çoxluğu x_1 və x_2 -dənasılı bütünikidəyişənli funksiyaları özündə saxlayır. Deməli, bu halda $V(x_1,x_2)$ funksiyası da Q_{r^*} çoxluğuna daxildir. Onda R sistemi tamdır.

2) Q_{r^*} çoxluğu iki dəyişəndən asılı bütün funksiyaların heç

də hamısını özündə saxlamır. $[R]_{x_1x_2}=Q_{r^*}$ olduğundan bu halda $[R]$ çoxluğu x_1 və x_2 dəyişənlərindən asılı bütün funksiyaları özündə saxlamır. Beləliklə, R tam sistem deyildir.

Yuxarıda söylənilənlər onu göstərir ki, verilən R funksiyalar sisteminin tam olmasını müəyyənləşdirmək üçün xüsusi $Q_0,Q_1,\ldots$ çoxluqları ardıcıllığı qurmaqla xüsusi alqoritm istifadə etmək olar. Teoremisbat olundu.

Teorem 3. P_k -da tam olan istənilən R sistemindən tam olan altsistem ayırmaq olar.

İsbatı. Tutaq ki, $R=\{f_1,\ldots,f_s,\ldots\}$. R tam olduğundan $V_k(x_1,x_2)$ funksiyası R-dən olan funksiyalar vasitəsilə düstur şəklində təsvir oluna bilər:

$$V_k(x_1,x_2)=U[f_{i_1},\ldots,f_{i_r}]$$

Aydındır ki, $\{f_{i_1},\ldots,f_{i_r}\}$ altsistemi məhz axtarılan altsistem olar. Teoremisbat olundu.

Bu isbat olunan teoremdən alınır ki, tamlığın tanınması alqoritmininmövcudluğu haqqında teoremdə R sisteminin sonlu olması haqda məhdudiyyət o qədər də güclü şərt deyildir.

Ədəbiyyat

1. С.В.Яблонский. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986.

$K_{\varphi}^{1,1}$ FƏZALARINDA BİR SUPERPOZİSİYA OPERATORU HAQQINDA

Fuad Ağca oğlu Abdullayev, Günel Vasif qızı Şikarova

Bakı Dövlət Universiteti

gunelshikarova@gmail.com

Aşağıdakı ikiqat qeyri-xətti sinqulyar inteqral tənliyə baxaq:

$$\varphi(x,y)=\lambda\int_a^b\int_c^d\frac{F[s,t,\varphi(s,t)]}{(s-x)(t-y)}dsdt+f(x,y),\tag{1}$$

burada λ həqiqi parametrdir, F və f verilən funksiyadır, φ isə axtarılan funksiyadır. Bu tənlik $[1]$ işində $K_{\alpha,\beta}^{1,1}$ fəzalarında öyrənilmişdir. Aşağıdakı superpozisiya operatoruna baxaq:

$$F:\varphi(x,y)\to F[x,y,\varphi(x,y)].\tag{2}$$

(2) operatorunun $K^{1,1}_{\alpha,\beta}$ fəzalarında təsiri $[1]$ işində öyrənilmişdir. Biz (2) operatoruna ümumiləşmiş $K^{1,1}_{\psi}$ Hölder fəzalarında baxacayıq. $\Phi(0,l]-$ ilə $(0,l]-$də kəsilməzlik modulu tipli funksiyalar sinfini işarə edək. $\Phi^1(0,l]=\{\psi\in\Phi(0,l]:\ 0<t_1<t_2\le l\Rightarrow t_1\psi(t_2)\le Ct_2\psi(t_1)\}$ işarə edək. Həmçinin $\Phi^{1,1}(0,l_1]\times(0,l_2]$ ilə birinci dəyişənə görə $\Phi^1(0,l_1]-$ə, ikinci dəyişənə görə $\Phi^1(0,l_2]-$yə daxil olan funksiyalar sinfini işarə edək.

$$K^{1,1}_{\psi}=\Big\{f\in C_{[a,b]\times[c,d]}\Big|\omega^{1,1}_f(\delta,\varepsilon)=O(\psi(\delta,\varepsilon)),$$

$$\omega^{1,0}_f(\delta)=O(\psi\left(\delta,\frac{d-c}{z}\right),\omega^{0,1}_f(\xi)=O(\psi\left(\delta,\frac{b-a}{z},\xi\right)\Big\}=$$

Işarə edək. $K^{1,1}_{\psi}$ sinfində ənənəvi yolla norma daxil edilir və bu normada $K^{1,1}_{\psi}$ fəzasının Banax fəzası olduğu isbat edilir.

$K^{1,1}_{\psi}$ fəzasında mərkəzi sıfırda, radiusu M olan şar götürək:

$K^{1,1}_{\psi}(M)=\{\varphi\in K^{1,1}_{\psi}\|\varphi\|\le M\}$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. Fərz edək ki,

$$F(x,y,\varphi):[a,b]\times[c,d]\times[-M,M]\to R$$

funksiyası aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) $F(x,y,\varphi)$ funksiyası $\varphi-$yə görə kəsilməz $F'_{\varphi}(x,y,\varphi)$ xüsusi törəməsinə malikdir və $\left|F'_{\varphi}(x,y,\varphi_1)-F'_{\varphi}(x,y,\varphi_2)\right|\le C_1|\varphi_1-\varphi_2|$; $\left|F(x_1,y,\varphi)-F(x_2,y,\varphi)\right|\le C_2\psi\left(|x_1-x_2|,\frac{d-c}{z}\right)$;

2) $\left|F(x,y_1,\varphi)-F(x,y_2,\varphi)\right|\le C_3\psi\left(\frac{b-a}{z},|y_1-y_2|\right)$;

3) $$\left|F(x_1,y_1,\varphi)-F(x_1,y_2,\varphi)-F(x_2,y_1,\varphi)+F(x_2,y_2,\varphi)\right|\le$$
$$\le C_4\psi(|x_1-x_2|,|y_1-y_2|);$$

4) $$\left|F(x_1,y,\varphi_1)-F(x_1,y\ ,\varphi_2)-F(x_2,y\ ,\varphi_1)+F(x_2,y,\varphi_2)\right|\le$$
$$\le C_5\psi\left(|x_1-x_2|,\frac{d-c}{z}\right)|\varphi_1-\varphi_2|;$$

5) $$\left|F(x,y_1,\varphi_1)-F(x,y_1,\varphi_2)-F(x,y_2,\varphi_1)+F(x,y_2,\varphi_2)\right|\le$$
$$\le C_6\psi\left(\frac{b-a}{z},|y_1-y_2|\right)|\varphi_1-\varphi_2|.$$

Onda $F:\varphi(x,y)\to F[x,y,\varphi(x,y)]$ superpozisiya operatoru $K^{1,1}_{\psi}(M)$ şarından $K^{1,1}_{\psi}(M_1)$ şarina təsir edir, belə ki, M_1 radius başlanğıc verilənlərlə birqiymətli təyin olunur.

Ədəbiyyat

1. Ф.А.Абдуллаев.О решении одного нелинейного сингулярного интегрального уравнения методом последовательных приближений. Тематический сборник «Сингулярные интегральные операторы». Бакы, 1989, стр.17-22.
2. Б.И.Мусаев, В.В.Салаев. О сопряженных функциях многих переменных, 2 . Научн, труды МВ и ССО Аз.ССР, сер.физ.мат.наук, 1979, 4, с.68-80

AYRILA BİLƏN RİMAN ÇOXOBRAZLILARI

Günay Şahin qızı Abdurzaqova, Arif Ağacan oğlu Səlimov

Bakı Dövlət Universiteti

abdurzaqovagunay@gmail.com , asalimov@hotmail.com

M_n F sanki hasil strukturlu sanki hasil çoxobrazlısı olsun. Əgər M_n g Riman metrikasına sahib isə, belə ki, $X,Y \in \Im_0^1(M_n)$ üçün

$$g(FX,Y) = g(X,FY)$$

olursa, yəni əgər g F-ə nəzərən təmizdirsə, onda M_n sanki hasil Riman çoxobrazlısı adlanır [2, s. 423].

Biz F ilə əlaqəli olan və g təmiz metrikasına tətbiq edilmiş $\phi_F : \Im_2^0(M_n) \to \Im_3^0(M_n)$ operatoruna baxaq [1]:

$$(\phi_F g)(X,Y_1,Y_2) = (FX)(g(Y_1,Y_2)) - X(g(FY_1,Y_2)) + g((L_{Y_1}F)X,Y_2) + g(Y_1,(L_{Y_2}F)X).$$

Aydındır ki,

$$(\phi_F g)(X,Z_1,Z_2) = -g((\nabla_X F)Z_1,Z_2) + g((\nabla_{Z_1}F)X,Z_2) + g(Z_1,(\nabla_{Z_2}F)X)$$

və

$$(\phi_F g)(X,Z_1,Z_2) + (\phi_F g)(Z_2,Z_1,X) = 2g(X,(\nabla_{Z_1}F)Z_2).$$

olur.

Sonuncu tənlikdə $\phi_F g = 0$ yazmaqla, $\nabla F = 0$ olduğunu tapırıq. Digər tərəfdən, biz bilirik ki, F sanki hasil strukturunun inteqrallığı $\nabla F = 0$ şərtinə ekvivalentdir, belə ki, ∇ - burulmasız rabitədir. g-nin ∇ Levi-Civita rabitəsi burulmasız afin rabitə olduğundan, alırıq ki,

Teorem 1. (M_n,F) g təmiz metrikalı sanki hasilRiman çoxobrazlısı olsun. Əgər $\phi_F g = 0$ olarsa,onda F inteqrallanandır.

Qeyd edirik ki, əgər $\nabla F = 0$ olarsa, onda $(\phi_F g)(X,Z_1,Z_2)$-inyuxarıdakı ifadəsindən $\phi_F g = 0$ şərti irəli gəlir. Beləliklə alırıq ki,

Teorem 2. g təmiz metrikalı sanki hasil Riman çoxobrazlısı üçün, $\phi_F g = 0$ şərti $\nabla F = 0$-a ekvivalentdir, burada ∇ g-nin Levi-Civita rabitəsidir.

F struktur tenzorlu inteqrallanan sanki hasil Riman çoxobrazlısı adətən local hasil Riman çoxobrazlısı adlanır. Əgər M_n local hasil Riman çoxobrazlısının metrikası

$$ds^2 = g_{ab}(x^c)dx^a dx^b + g_{\bar{a}\,\bar{b}}(x^{\bar{c}})dx^{\bar{a}}dx^{\bar{b}}, \qquad a,b,c,\ldots=1,\ldots,m, \quad \bar{a},\bar{b},\bar{c},\ldots=m+1,\ldots,n$$

formasına malikdirsə, yəni g_{ab} yalnız x^c -infunksiyalarıdır, $g_{a\bar{b}}=0$ və $g_{\bar{a}\bar{b}}$ yalnız $x^{\bar{c}}$ -in funksiyalarıdır, onda M_n çoxobrazlısını lokalayrıla bilən Riman çoxobrazlısı adlandırırıq. Digər tərəfdən, bizbilirik ki, F struktur tenzor lulokal hasil Riman çoxobrazlısı yalnız vəyalnız F ∇ Levi-Civita rabitəsinə nəzərən kovariant sabit olduqda local ayrıla biləndir [2, s. 420]. Beləliklə, Teorem 1və Teorem 2-dən alırıq:

Teorem 3. (M_n, F) g təmiz metrikalı sanki hasil Riman çoxobrazlısı olsun. (M_n, F) -in lokal ayrıla bilən Riman çoxobrazlısı olması üçün zəruri və kafi şərt $\phi_F g=0$ olmasıdır.

Ədəbiyyat

1. Salimov, A.A.. On operators associated with tensor fields. J. Geom. **99**(2010), no.1-2, 107-145.
2. Yano, K. Differential geometry on complex and almost complex spaces. International Series of Monographs in Pure and Applied Mathematics, Vol. 49 A Pergamon Press Book. The Macmillan Co., New York, 1965

SIĞORTA ŞİRKƏTİNDƏ DAXİLİ SİSTEMİN AVTOMATLAŞDIRILMASI ÜÇÜN ERP MODULU

Nəzrin Rəbixan qızı Ağacanova

Bakı Dövlət Universitet

nazrinaghajanova@gmail.com

Sığortanın müasir dövrdə əhəmiyyəti böyükdür. Sığorta gözlənilməz maliyyə itkilərindən qorunmaq üçün bir vasitədir. Əsasən XX əsrin sonunda inkişaf etməyə başladı. İndi sığortanın insan həyatının bütün sahələrinə nüfuz etmə dərəcəsi çox yüksəkdir. Sığorta, müəyyən risklər baş verərsə, zərərlə bağlı xərcləri azaltmağa kömək edir. Sığortanın əhatə dairəsi fərqli ola bilər. Son zamanlarda həyat sığortası şirkətləri inkişaf etməyə başlayıb. Bu sığorta şirkətləri insanlara investisiya, yatırım və maliyyə xidmətləri, həmçinin bir çox xəstəliklərə görə bir başa ödəniş xidmətləri təklif edir.

Sığorta şirkətlərində avtomatlaşdırılmış informasiya sistemlərinin tətbiqi, müştəri məlumatlarının idarə olunması, sığorta ödənişlərinin emalı, məlumatların analizi və hesabatlaşdırılması kimi proseslərin avtomatlaşdırılmasını təmin edir. Bu sistemlər, sığorta şirkətlərinin fəaliyyətlərini daha effektiv, təhlükəsiz və məsuliyyətli şəkildə həyata keçirməyə kömək edir. Avtomatlaşdırılmış informasiya sistemlərinin yaradılması üçün, alqoritmlərin və obyekt-yönlü proqram modullarının işlənməsi vacibdir. İstifadə olunan alqoritmlər, məlumatların düzgün şəkildə idarə olunmasını və emal edilməsini təmin etmək üçün lazımi prosesləri təyin edir [1].

Sığorta şirkətlərində əsas məsələlərdən biri daxili idarəetmə informasiya sisteminin yaradılmasıdır [2]. Bir çox şirkətlərdə olduğu kimi sığorta şirkətində də ERP (enterprise resource planning) sistemi mövcuddur. Bu sistem özündə İnsan Resursları, Təkrarsığorta, Anderayting, Anbar və xidmət sifarişləri,şəxsi kabinet, mühasibatlıq və digər modulları saxlayır.

ERP sisteminin qurulmasında C#, məlumatların saxlanılması üçün SQL və hesabatların çıxarılması üçün Power Bi istifadə edilmişdir. İlk olaraq bu sistemin tərkibində hansı modulların olacağı təyin edilir və menu yaradılır. Burada təbii ki, front-end texnologiyalarından da istifadə olunur. Növbəti mərhələdə müştərilər ilə, yəni bu sistemdən istifadə edəcək əməkdaşlarla hansı informasiyaların lazım olduğu müəyyən edilir və SQL-də uyğun cədvəllər qurulur [3]. SQL-dəki məlumatları istifadəçilərin daha rahat istifadə etməsi üçün ERP-də bir sıra əməliyyatlar yaradılır. Burada təzə məlumatların daxil edilməsindən əlavə cari məlumatlardan istifadə edib bəzi hesabatlarda əldə etmək mümkündür. Bunun üçün Power Bi texnologiyasından istifadə edilmiş və rahat şəkildə C# proyektdə əks edilmişdir.

Hər hansı bir sistemi proqramlaşdıranda əsas məqsəd sistemin sürətli işləməsidir və bu sürət informasiyanın ölçüsünə və əməliyyatların sayına görə dəyişir. Modulların daha sürətli işlənməsi üçün sorğular C# kodun içindən çıxarılıb və SQL-də prosedurlar və funksiyalar vasitəsilə ötürülüb. Əgər Obyekt Yönümlü Proqramlaşdırma dillərindən istifadə edib bir tətbiq yaradılırsa, mütləq “SOLİD” prinsiplərinə əməl edilməlidir [4]. Təqdim edilən layihə də bu prinsiplər üzərindən qurulub.

İstənilən bir tətbiqin əsas problemlərindən biri giriş sistemidir. ERP sistemində bu məsələdə SSO - "Single Sign-On"un (Tək Giriş) prosesi istifadə edilib. Yəni, hər bir əməkdaş istifadəçi adı və şifrələrdən istifadə etməyəcək. Bütün istifadəçilər özlərinə məxsus olan kompüterin giriş məlumatları ilə ERP-yə daxil ola biləcək. Sistemin bu formada qurulmasında məqsəd bir isifadəçinin digər istifadəçinin adından başqa kompüterdə daxil ola bilməməsidir. Sistemə SSO vasitəsilə qoşulması sığorta və maliyyə şirkətlərində bir tələbdir.

Beləliklə, təqdim olunan işdə sığorta şirkətində bütün məhsullar haqqında informasiyanın mərkəzləşdirilməsi üçün ERP sisteminin qurulması və bu prosesdə müasir texnologiyaların istifadəsi üzərində işlər aparılmışvə müəyyənnəticələr əldə olunmuşdur.

Ədəbiyyat

1. Информационные системы и технологии: Под редакцией Тельнова Ю.Ф. М.: Юнити, 2017, 544 с.
2. Kərimov S.Q. İnformasiya sistemləri, Bakı, Elm, 2008, 152 s.
3. Дунаев В.В. Базы данных. Язык SQL. Санкт-Петербург., 2006, 288 с.
4. Andrew Troelsen. Pro C# and the .NET 4.5 Framework, 2012, 634 p.

MÜASİR İNFORMASİYA SİSTEMLƏRİNDƏ N+1 PERFORMANS PROBLEMİ VƏ HƏLL ÜSULLARI

Aqil Şakir oğlu Ağamirzəyev, Sənan Zakir oğlu Manafov

Azərbaycan Texniki Universiteti, Azərbaycan Texniki Universiteti

aqilagamirzayev@gmail.com, senan.manafov.23@gmail.com

N+1 problemi Hibernate kimi ORM (Obyekt-Relational Mapping) freymvorklarda, xüsusən də Spring Boot proqramlarında baş verən ümumi performans problemidir. Əgər bizim bir obyetimiz varsa və bu obyekt ilə one-to-many ilə əlaqədə olunan N sayda obyektimiz varsa bu problem baş verir. Burda 1 sorğu əsas obyekt, N sorğu da digər obyektləri gətirmək üçün lazım olur, buna görə N+1 problemi adlanır.Bu da verilənlər bazasında çoxlu verilən varsa tətbiqinizin performansına əhəmiyyətli dərəcədə təsir göstərə bilər. [1]

N+1 problemini təsvir etmək üçün bir nümunəyə baxaq:

Tutaq ki, sizin müəllifin birdən çox kitabı ola biləcəyi one-to-many əlaqəsi olan Müəllif və Kitab adlı iki obyektimiz var:

```
    @Entity
public class Author {
@Id
@GeneratedValue(strategy = GenerationType.IDENTITY)
private Long id;

    private String name;

@OneToMany
private List<Book> books;
}



@Data
@Entity
public class Book {
@Id
private Long id;

    private String title;

@ManyToOne
private Author author;
}
```

İnidi biz Müəllifin bütün kitablarını geri qaytarsaq 1 sorğu müəllif üçün N sorğu kitablar üçün baş verəcək və toplam N+1 sorğu olur. Amma bu problemi 1 sorğu ilə həll etmək mümkündür. [2]

Bu problemin bir neçə həll yolu var:

1. Birinci həll join-fetch istifadə etməkdir: [3]

```
    entityManager.createQuery("select a from Author a left join fetch a.books", Author .class);
```

Bu sorğu yaxşı işləyir, lakin onun bir problemi var: səhifələmədən istifadə etməyə icazə vermir, çünki limit müəlliflərə tətbiq edilməyəcək. Əgər query.setMaxResults təyin etsəniz, Hibernate bütün mövcud sətirləri götürəcək və yaddaşda səhifələşdirməni həyata keçirəcək, yaddaş istehlakını əhəmiyyətli dərəcədə artıracaq.

2. İkinci həll @BatchSize istifadə etməkdir:

```
public class Author {
@OneToMany(fetch = FetchType.LAZY, mappedBy = "author")
@BatchSize(size = 10)
private Set<Book> books;
}
```

Bu sorğu N/M dəfə baş verəcək, burada N müəlliflərin sayı, M isə göstərilən toplunun ölçüsüdür.

3. Üçüncü həll @Fetch(FetchMode.SUBSELECT) istifadə etməkdir:

```
public class Author {
@OneToMany(fetch = FetchType.LAZY, mappedBy = "author")
@Fetch(FetchMode.SUBSELECT)
private Set<Book> books;
}
```

Ədəbiyyat

1. https://medium.com/geekculture/resolve-hibernate-n-1-problem-f0e049e689ab
2. https://vladmihalcea.com/n-plus-1-query-problem/
1. https://hackernoon.com/3-ways-to-deal-with-hibernate-n1-problem
2. https://planetscale.com/blog/what-is-n-1-query-problem-and-how-to-solve-it
3. https://www.baeldung.com/spring-hibernate-n1-problem

MÜASİR ARXİTEKTURALI AYRILMIŞ BANK İNFORMASİYA SİSTEMLƏRİNDƏ TRANZAKİYALARIN İDARƏ OLUNMASINDA SAGA PATTERİNİN TƏTBİQİ

Aqil Şakir oğlu Ağamirzəyev

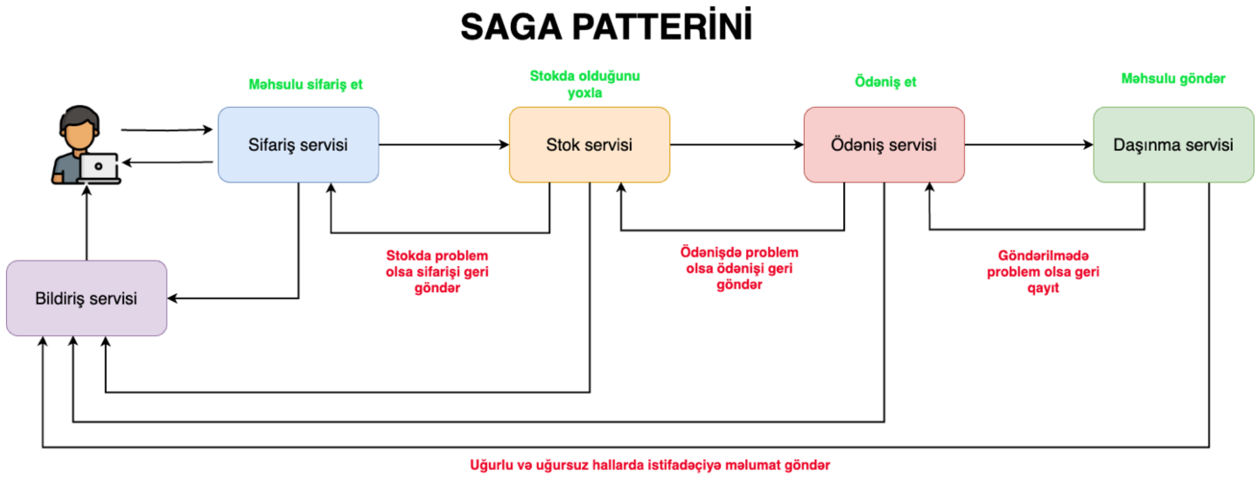
Azərbaycan Texniki Universiteti
aqilagamirzayev@gmail.com

Paylanmış bank sistemlərdə birdən çox xidmət üzrə əməliyyatları idarə etmək çətin məsələ ola bilər. Bununla belə, paylanmış mühitdə xidmətlər arasında uğursuzluqlar və kommunikasiya problemləri potensialına görə atomikliyə nail olmaq mürəkkəbləşir.

SAGA paylanmış əməliyyatları idarə etmək üçün bir dizayn patternidir. Bu, vahid, monolit tranzaksiyaları daha kiçik, daha idarə oluna bilən addımlar və ya alt əməliyyatlar seriyasına bölmək yolu ilə paylanmış sistemdə əməliyyatların etibarlılığını və ardıcıllığını artırmaq məqsədi daşıyır.

Hər bir tranzaksiya ümumi əməliyyatda bir addımı təmsil edir. Ənənəvi tranzaksiyalardan fərqli olaraq, burda tranzaksiyalar fərdi addımların müstəqil şəkildə yerinə yetirilməsinə və ya geri qaytarılmasına imkan verir. Burda bəzi alt tranzaksiyalar uğursuz olsa belə, sistemin dayanlıqlığını qorumaq üçün bir yol təqdim edir. [1]

Bank kartlartın sifarişinin SAGA patterni ilə olan nümunəsinə baxaq:



Şəkil 1.

Addım 1. Kart sifarişini qəbul et

Müştəri sifariş verdikdə, ilk addım stokda məhsulun mövcudluğunu yoxlamaqdan ibarətdir.

Addım 2. Sifarişi rezerv et

Məhsul mövcuddursa, stokda rezervasiya edilir. Bu stoklar xidməti üçün lokal tranzaksiyadır.

Addım 3. Ödənişi qəbul et

Rezervasiyadan sonra sistem ödənişi emal edir. Bu, ödəniş xidməti ilə qarşılıqlı əlaqəni əhatə edir.

Addım 4. Sifarişin çatdırılması

Ödəniş uğurlu olarsa, sifariş çatdırılma üçün qeyd olunur. Bu, sifarişin yerinə yetirilməsi xidmətini əhatə edir.

Addım 5. İstifadəçiyə bildiriş göndər

Bütün aralıq addımlar Stok, Ödəniş, Göndərmə və Sifariş haqqında istifadəçiyə bildiriş formada göndərilir. [2]

```
@AllArgsConstructor
@Component
@ComponentScan(basePackages = {"io.orkes"})
public class ConductorWorkers {

@WorkerTask(value = "order_food", threadCount = 3, pollingInterval = 300)
public TaskResult orderFoodTask(OrderRequest orderRequest) {
String orderId = OrderService.createOrder(orderRequest);
TaskResult result = new TaskResult();
Map<String, Object> output = new HashMap<>();

if(orderId != null) {
output.put("orderId", orderId);
result.setOutputData(output);
result.setStatus(TaskResult.Status.COMPLETED);
} else {
```

```
output.put("orderId", null);
result.setStatus(TaskResult.Status.FAILED);
}

return result;
}
}
```

Yuxarıda qeyd olunan kodda SAGA patterinin praktiki tətbiqi göstərilmişdir.

Ədəbiyyat

1. https://bootcamp.uxdesign.cc/saga-patterns-in-microservices-6d7aa38107f4
2. https://www.baeldung.com/orkes-conductor-saga-pattern-spring-boot
3. Chris Richardson. Microservices Patterns: With examples in Java. 2018. 110-150ı

SİLİNDRİK OBLASTDA YARIMXƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİYİ HƏLLİNİN ASİMPTOTİKASI

Şirmayıl Həsən oğlu Bağırov, Aytən Məlik qızı Həsənova

Bakı Dövlət Universiteti

sh_bagirov@mail.ru, aytenhesenova2002@gmail.com

$\Omega = G \times R_+$ oblastında

$$u_{tt} + \Delta u + u - u^3 = 0 \tag{1}$$

tənliyinin

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\partial G \times R_+} = 0 \tag{2}$$

şərtini ödəyənhəllərinin sonsuzluğun ətrafında asimptotik davranışını öyrənək. Burada $G \subset R^n -$ məhdud oblastdır, ∂G Lipşiç səthidir, $R_+ = (0,+\infty), n$ isə $\partial G \times R_+$ səthinin xarici normalının vahid vektorudur.

$$\begin{cases} \Delta u = \lambda^2 u, & x \in G \\ \dfrac{\partial u}{\partial n} = 0, & x \in \partial G \end{cases} \tag{3}$$

məxsusi ədəd məsələsinə baxaq.

$\Pi_{a,b} = G \times (a,b),\ \Gamma_{a,b} = \partial G \times (a,b)$ işarə edək. (1),(2) məsələsinin həlli dedikdə, elə $u(x,t) \in W_2^1(\Pi_{a,b}) \cap L_\infty(\Pi_{a,b}),\ \forall 0 < a,b < \infty,$ funksiyası başa düşülür ki, ixtiyari $\varphi(x,t) \in W_2^1(\Pi_{a,b}),\ \varphi(x,a) = \varphi(x,b) = 0$ üçün

$$\int_{\Pi_{a,b}} u_t \varphi_t dxdt + \int_{\Pi_{a,b}} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dxdt - \int_{\Pi_{a,b}} u\varphi dxdt + \int_{\Pi_{a,b}} u^3 \varphi dxdt = 0$$

Inteqral eyniliyi ödənilsin.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. Tutaq ki, $u(x,t)$ (1), (2) məsələsinin sonsuzluqla sıfra yığılan həllidir və $\lambda = 0$ (3) məsələsinin məxsusi ədədi deyil. Onda $u(x,t) = 0(e^{-\lambda t})$, harda ki, $\lambda > 0$.

DEFORMASİYA OLUNAN MÜHİTLƏRİN KİNEMATİKASI VƏ ELASTOPLASTİKLİYİN BƏZİ TƏTBİQ MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİ

Samral Zahid oğlu Camirzəyev, İlham Teymur oğlu Pirməmmədov

Bakı Dövlət Universiteti , Azərbaycan Texniki Universiteti
samral.camirzeyev@gmail.com, pirmamedov@yahoo.com

Sənayədə ən çox tətbiq olunan metal yayma məlumatlardan (konstruksiya elementlərindən) biri ikitavrlı profillərdir. Müxtəlif konstruksiyalarda ikitavrlı tirlərin iş şəraitindən məlumdur ki, qənaətliyin artırılması və profildən material sərfinin azaldılması üçün rəflərin en kəsik sahəsinin divarın en kəsik sahəsinə nisbətini artırmaq lazımdır. Nisbətin belə artırılması qaynar yayma profilin soyuma prosesində, tirin divarında maksimal əyintili dalğalar yaradır. Həmin dalğalar norma üzrə icazə verilən həddi aşırlar. Bu isə, baş verən defektin qarşısını almaq üçün dalğavari mənzərənin yaranma səbəbinin analizi və emal rejiminin təyin olunmasının vacibliyini göstərir.

Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası nöqteyi nəzərindən, tempratur və qüvvə təsirinə məruz qalan nazik divarlı konstruksiya elementinin yerli dayanıqlığının və kritik vəziyyətdən sonrakı halı, məsələlərin tədqiqinə gətirilir. Biz yüksək tempraturlu yaymadan sonra soyuducudan ikitavrın soyuma prosesində dayanıqlığın itirilməsi prosesi və kritik vəziyyətlərdən sonrakı deformasiyasını tədqiq edirik. Yaymanın yüksək tempraturunu (850-1200 ^{0}C) nəzərə almaqla, yayma prosesində yaranan daxili gərginlikləri nəzərə almamaq olar və qəbul etmək olar ki, yaymadan əvvəlki andakı xalis material baxılan oblastda təbii vəziyyətdədir.

Plastik deformasiyanın qeyri-birncinsliyi vəziyyətinə uyğun olaraq, qalıq deformasiyalar və divarın dalğavariliyi, deformasiyanın yayılma prosesinin son mərhələsindəki deformasiyası ilə xarakterizə olunur.

Soyuducuda ikitavrın soyuması prosesində onun divarlarında yaranan dalğavariliyin bir əsas səbəbi də yaymanın son anına təsadüf edən tempratur meydanının qeyri-bircinsliyidir.

Soyuducuda tirin soyuma prosesində tempraturun başlanğıc paylanmasına və yayılmanın son anına uyğun olan tempratur meydanının tədqiqi yayma materialının tam texnoloji tsiklini əhatə edən zaman intervalı üçün istilikkeçirmənin sərhəd məsələsinin həllini tələb edir. İstilikkeçirmənin sərhəd məsələsi üçün ilkin verilənlər,başlanğıc forma, ölçülər, pəstahın tempraturu, qurşama rejimindən və işçi valiklərin forma və ölçülərindən asılıdır.

Bütöv mühitin hərəkətinin verilməsi və kinematik xarakteristikaların (sürət, təcil, deformasiya və.b) təyin olunmasına çox sayda işlər həsr edilmişdir.

Hesablama sistemi olaraq biz (şərti olaraq) tərpənməz $Oy^1y^2y^3$ əyrixətli koordinat sistemi götürə bilərik. Koordinat sistemini tətbiq etməklə nəzərdən keçirilən R^3 Evklid fəzasının həndəsi nöqtələri və $(y^1y^2y^3)$ ədədi üçlükləri arasında qarşılıqlı birqiymətli uyğunluq qurulur. Qarşılıqlı birqiymətli asılılığa əsasən üç koordinat xətti

$y^k = \{(y^1, y^2, y^3) \in R^3 | (y^i = const) \wedge (y^i = const), i \neq j \neq k\}$ və üç komplanar olmayan vektor $\vec{e}_i = \partial\vec{r} / \partial y^i$ uyğun koordinat xətlərinə toxunanlar boyunca yönəldilir (burada $\vec{r}$ fəzanın hansısa tərpənməz, məsələn O nöqtəsindən, baxılan nöqtəyə çəkilmiş vektordur). $\vec{e}_i (i = \overline{1,3})$ vektorları seçdiyimiz $Oy^1 y^2 y^3$ koordinat sistemində bazis vektorları adlanır.

Ənənəvi olaraq, kontinuum mexanikasında bütöv mühitin hərəkərini təsvir etməyin iki yolu var:

1.Maddi (Laqranj) yanaşması. Bu zaman hər bir maddi hissəciyin hərəkəti və nəticədə bu hissəciklərin vəziyyətini xarakterizə edən parametrlərdəki dəyişikliklər izlənilir. Bu halda, hesablama sisteminə münasibətdə hər bir hissəciyin ixtiyari zaman anında mövqeyi $\vec{r} = y^i \vec{e}_i$ radius vektoru ilə müəyyən edilir; (bundan sonra, başqa hal nəzərdə tutulmayıbsa, təkrarlanan indekslər üzrə toplama qayadsı istifadə olunur):

$$\vec{r} = \vec{r}(\xi^j, t) \tag{1}$$

Və ya koordinat şəklində

$$y^i = y^i(\xi^j, t), i = \overline{1,3} \tag{2}$$

(1) və ya (2) münasibətləri burada $\vec{r}(\xi^j, t)$, $y^i(\xi^j, t)$ arqumentlər toplusunun (Laqranj dəyişənləri) kəsilməz vektor funksiyalarıdır (kəsilməz skalyar funksiyalarıdır). (ξ^1, ξ^2, ξ^3, t) tələb olunan qaydada, bütöv mühitin hərəkət qanunu təmsil edir. $t = 0$ anında $\vec{R}_0(\xi^i) = \vec{r}(\xi^i, 0)$ və yerdəyişmə vektoru aşağıdakı kimi daxil edilir.

$$\vec{u}(\xi^i, t) = \vec{r}(\xi^i, t) - \vec{r}(\xi^i, 0) = \vec{r}(\xi^i, t) - \vec{R}_0(\xi^i) \tag{3}$$

2.Fəza (Eylər) yanaşması. Bu zaman stasionar müşahidəçinin fəza nöqtələrindən keçən hissəciklərin vəziyyətini xarakterizə edən parametrlər müşahidə edilir. Bu halda, $\vec{v}$ sürəti, θ tempraturuvə digər (y^1, y^2, y^3, t) parametrləti eylər dəyişənlərinin funksiyaları kimi tanınırsa, hərəkət verilmiş sayılır, məsələn:

$$\vec{v} = \vec{v}(y^i, t) \tag{4}$$

Məlum olduğu kimi, Eylər dəyişənlərindən Laqranj dəyişənlərinə keçid üç adi (2) diferensial tənliklər sisteminin həllinin zərurəti ilə bağlıdır və Laqranj dəyişənlərindən Eylər dəyişənlərinə tərs keçid üç cəbri (2) tənliklər sisteminin həlli ilə həyata keçirilir. Üstəlik, (3) münasibətlərinin qarşılıqlı birqiymətli asılılığına əsasən bu çevrilmənin yakobyanı J zamanın hər bir anında sıfırdan fərqlidir, yəni,

$$J = \det\left(\frac{\partial y^i}{\partial \xi^i}\right) = \left|\frac{\partial y^i}{\partial \xi^j}\right| \neq 0 \tag{5}$$

Ədəbiyyat

1. И.А.Кийко. Поведение вещества под давлением (соавтор П.М.Огибалов, 1962)
2. И.А.Кийко. Теория пластического течения в тонком слое металла (1971)
3. И.А.Кийко. Теория пластического течения (1978, учебное пособие)

ŞAGİRDLƏRİNTƏFƏKKÜRÜNÜN FORMALAŞMASINDA ÖYRƏNDİKLƏRİ BİLİKLƏRİN ŞÜURLU MƏNİMSƏNİLMƏSİNİN ROLU

Sadəddin Nəsrəddin oğlu Əfəndi, Aysel Tofiq qızı Məmmədova

BakıDövlət Universiteti
effendi_sadeddin@mail.ru

Şagirdlərin riyazi təfəkkürünün inkişaf etdirilməsi müasir təlimdə əsas vəzifə kimi qarşıya qoyulur. Şagirdlərin riyaziyyat fənninin öyrənilməsi onların riyazi təfəkkürünün inkişafına səbəb olur. Şagirdlərin zehni fəaliyyətinin formalaşması onların təfəkkürünün inkişafı ilə əlaqədardır. Tədris prosesi zamanı təlimin səmərəli, keyfiyyətli təşkili biliklərin şüurlu mənimsənilməsi şagirdlərin sərbəst işinə bacarığı onların təfəkkürünün formalaşmasında böyük əhəmiyyəti var. Şüurlu mənimsəmə prosesində biliklərin öyrənilməsi və tətbiqinə yaradıcı münasibət şagirdlərin təfəkkürünü və dünyagörüşünü formalaşdırır. Təlimdə müxtəlif funksiyaların yerinə yetirilməsində böyük rolu olan məsələ həlli öyrənilən riyazi nəzəriyyəni mənimsəmək üçün ən yaxşı vasitədir. Məsələ həlli şagirdlərə verilənlərlə axtarılanları bir-birindən ayırmağı, ümumiliyi tapmağı, faktları əlaqələndirməyi, tutuşdurmağı, qarşı-qarşıya qoymaq bacarığını, doğru nəticə çıxartmağı öyrədir [1]. Bunun nəticəsində şagird öyrəndiyi nəzəri biliyi mükəmməl şəkildə mənimsəyir. Bu halda şagirdin təfəkkürü inkişaf edir, bilik, bacarıq vərdişləri yaranır. Qeyd edək ki, şagird yeni məsələlərlə qarşılaşdıqda onlarda məsələni başa düşmək, məsələnin mahiyyətini dərk etmək, məsələni həll etmək istəyi yaranır. Bu zaman verilən məsələni həll etmək üçün şagirdin mövcud biliyi ilə öyrəndiyi metodlarla məsələni həll edə bilmədikdə o yeni biliklərə nail olmağa çalışır, yeni qaydalar, yeni metodlar öyrənməli olur. Bu da şagirdləri fəal axtarışa cəlb edir, bunun nəticəsində onların təfəkkürü inkişaf edir, aşkar şəkildə formalaşır. Nəticədə şagirdlər qarşıya çıxan problemləri müəyyən edərək baxılan məsələni hərtərəfli araşdırmağa alışır. Öyrədici roluna görə müxtəlif funksiyaları yerinə yetirən məsələ həlli didaktik prinsiplərin şərtlərini təmin etməklə qarşıya qoyulmuş təlim tələblərini yerinə yetirib bir sıra məqsədə nail olmağa xidmət edir [2]. Məsələ həlli prosesində zəruri olan bir sıra şərtlərdən biri də məlumla-məchulun arasındakı asılılığın necə olmasının (hansı formada olmasının) başa düşüb dərk etməsidir. Sadə məsələlərdə bu asılılıq aşkar şəkildə görünsə də mürəkkəb məsələlərdə belə asılılığı dərk etmək başqa şərtlərdən asılı olur. Belə asılılığın müəyyən edilməsi şagirdlərin öyrəndikləri nəzəri bilikləri şüurlu mənimsəmələrinin əsasında olur. Bunun nəticəsində məsələ həlli riyazi təfəkkürün başlıca funksiyası olur. Məsələ həlli zamanı uyğun təlim metodlarının düzgün seçilməsi və o metoddan istifadə edilməsi nəticəsində şagirdlərdə fəal axtarış qabiliyyətləri yaranıb inkişaf edir. Bu da riyazi təfəkkürün əsasını təşkil edir. Məsələ həlli zamanı təfəkkürün xüsusi üslubu gözlənilərsə, mühakimələr məntiqli ifadə olunarsa təfəkkürdə dəqiq bölgü və simvolika dəqiqliyi formalaşır. Yəni şagirdlərdə düzgün təfəkkür tərbiyə olunur. Həll edilən riyazi məsələnin formalaşmasından asılı olaraq riyazi təfəkkürün bütün növləri bir-birini tamamlayır. Başqa sözlə, məsələnin müxtəlif üsullarla həll edilməsi zamanı, məsələnin həllinin tədqiqi zamanı təfəkkür formaları əlaqəsiz şəkildə olmur. Təlimdə öyrənilən nəzəri biliklə təcrübə arasında sıx əlaqə yaradan məsələ həllinin funksiyası ancaq biliyin işlədilməsi deyil, biliyi şüurlu dərk edib şüurun məhsulu olmasına səbəb olur.

Ümumiyyətlə, məsələ həlli şagirdlərin riyazi təfəkkürünü inkişaf etdirməklə həm də onların nəzəri təfəkkürünü inkişaf etdirib formalaşmasına xidmət edir [3]. Beləliklə, riyazi təfəkkürün, məntiqi təfəkkürün inkişafı nəticəsində onlarda yaradıcı təfəkkürün əsasını qoyur ki, bu da təlim prosesində öyrənilən nəzəri biliklərin məsələ həlli vasitəsi ilə şüurlu dərk edilməsinin əsasında olur.

Şagirdlərin fəza təsəvvürünün və məntiqi təfəkkürünün inkişafında həndəsə məsələlərinin həllinin əhəmiyyəti böyükdür. Belə ki, həndəsi çisimlərin formalarını aydın şəkildə dərk edib öyrənilməsi üçün fəza təsəvvürünün olması vacibdir. Təlim nəticəsində tədricən əmələ gələn fəza təsəvvürü təlim prosesində öyrəndikləri yeni-yeni anlayışların öyrənilməsi nəticəsində get-gedə inkişaf edib formalaşır. Əgər şagirdlərdə fəza təsəvvürü zəif olarsa onlar verilmiş elementlərə görə fiqurların müstəvi kəsiyini qurmaqda, onun açılışını hazırlamaqda, verilmiş açılış üzrə məsələ həll etməkdə çətinlik çəkirlər. Şagirdlərdə belə çatışmamazlıq bir sıra fənlərin də mənimsənilməsinə mənfi təsir göstərir. Şagirdlərin fəza təsəvvürlərinin, məntiqi təfəkkürlərinin zəif olmasının bir sıra pedaqoji və psixoloji səbəbləri var. Onların öyrəndikləri nəzəri biliklərin şüurlu mənimsənilməməsi qəza təsəvvürünün və məntiqi təfəkkürünün inkişafına adi şəkildə kömək edən məsələ həllinə az yer verilməsi bu səbəblərdəndir. Qeyd edək ki, təlimdə müstəvi kəsiklərinin qurulmasına aid məsələ həlli şagirdlərin fəza təsəvvürlərinin, məntiqi mühakimələrinin inkişafına təsir edən yaxşı vasitədir. Nəzərə alınmalıdır ki, bu növ məsələlərin həllində didaktikanın prinsiplərinə riayət edilməlidir.

Aşağıdakı məsələnin həlli metodikasına baxaq:

Məsələ. Gündüz saat 12-də bir körpüdən eyni istiqamətdə gəmi və sal yola düşür. Gəmi saatda $8\frac{1}{4}\ km$ sürətlə, sal isə saatda $1\frac{3}{4}\ km$ sürətlə hərəkət edirdi. 6 saatdan sonra gəmi təyin olunmuş körpüyə çatır və orada 2 saat dayandıqdan sonra geri qayıdır. Gəmi və sal saat neçədə qarşılaşır?

Həlli. 1) Gəminin çıxdığı körpü ilə təyin olunmuş körpü arasındakı məsafə nə qədərdir?

$8\frac{1}{4}\cdot 6 = 49\frac{1}{2}\ (km)$.

2) Gəminin təyin olunmuş körpüyə çatıb qayıdana kimi sərf etdiyi vaxt nə qədərdir?

$6 + 2 = 8\ (saat)$.

3) 8 saatda sal nə qədər məsafə qət etməlidir?

$1\frac{3}{4}\cdot 8 = 14\ (km)$.

4) Bundan sonra sal nə qədər yol getməli idi?

$49\frac{1}{2} - 14 = 35\frac{1}{2}\ (km)$.

5) Gəmi ilə sal bir saatda nə qədər yol gedirdi?

$8\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} = 10\ (km)$.

6) Gəmi geri qayıdandan nə qədər vaxt sonra sala rast gəlmişdir?

$$35\frac{1}{2}:10=3\frac{11}{20}\ (saat)=3\ saat\ 33\,(\text{dəq.})$$

7) Gəmi salı saat neçədə qarşılayır?

$$12\,saat+6\,saat+2\,saat+3\,saat\,33\ (\text{dəq.})=23\,saat\,33\ \text{dəqiqə}.$$

Gəmi və sal saat $23^{\underline{33}}$- də qarşılaşır.

Ədəbiyyat

1. Tahirov B.Ö. və b. Riyaziyyatın tədrisi üsulları. Bakı: AzTU, 2008, 182 s.
2. Мишин В.И. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика. М.: Наука, 1987, 362 с.
3. Əfəndi S.N. Riyaziyyat təlimi prosesində məntiqi təfəkkürün və fəza təsəvvürünün formalaşmasında qurma məsələsi həllinin rolu // SDU, Elmi Xəbərlər, cild 18, №3, Sumqayıt - 2021.

TƏLİM ZAMANI DİDAKTİK PRİNSİPLƏRİN MƏNİMSƏNİLMƏSİNDƏ MƏSƏLƏ VƏ ÇALIŞMA HƏLLİNİN ROLU

Sadəddin Nəsrəddin oğlu Əfəndi, Sevinc Murad qızı Məmmədova

Bakı Dövlət Universiteti

efendi_sadeddin@mail.ru

Didaktikanın əsas qanunayuğunluqları təlim prosesində daim nəzərə alınmalıdır. Təlim zamanı didaktikanın qanunayuğunluqlarından müəyyən müddəalar durursa, riyaziyyat fənni şəxsiyyətin formalaşması, riyaziyyatın məzmununun daha yaxşı dərk olunması, şüurlu mənimsənilməsi, təlimdə qarşıya qoyulmuş məqsədə nail olmağa əlverişli vasitə ola bilər. Bu səbəbdən metodistlər təlim prosesinin təşkilinə, məzmununa, formasına, üsullarına mühüm tələblər olaraq didaktikada mühüm prinsiplər işləyib hazırlamışlar. Həmin bu tələblərə didaktik prinsiplər və ya təlimin prinsipi deyilir [1]. Əgər təlim didaktik prinsiplər nəzərə alınaraq qurularsa, onda o elmi əsasda qurulmuş hesab olunur. Yəni təlimin didaktik prinsiplərə uyğun təşkil olunması təlimin elmi əsasda qurulmasına imkan verir.

Təhsilin məzmununun elmiliyi dedikdə elmin müasir səviyyəsinə uyğun olmalı, şagirdlərdə elmi idrak haqqında doğru təsəvvür yaradılmalı və idrakın mühüm qanunauyğunluqları öyrədilməlidir. Elmin mənimsənilməsi təkcə onun həqiqiliyinin başa düşülməsi ilə deyil həm də onun idrak üsullarını mənimsəməklə əlaqədardır. Odur ki, təlimdə elmilik prinsipinin həyata keçirilməsi şagirdlərə elmi üsullarla tədqiqat üsullarını öyrətmək və çalışmalar həll etdirməyi öyrətməklə müstəqil bilik qazanmaq yollarını da nəzərdə tutur [2]. Qeyd edək ki, şagirdlərin müstəqil olaraq çalışmaları həll etməsi vərdişlərinin yaranması, onların idrak fəallığının və müstəqilliyinin formalaşmasında rolu böyükdür. Şagirdlər müstəqil məsələ və çalışmalar həll etdikdə onlar əldə etdikləri bilik, bacarıq və vərdişlər üzərində sərbəst, fəal əməliyyat aparır, bunun nəticəsində axtarıcı fəaliyyəti tamamlayırlar. Belə olduqda şəgirdlərin fəallığı və onların müstəqilliyi möhkəmlənir. Bu isə şüurluluğa malik olmasının göstəricisi deməkdir.

Şüurlu mənimsəmə prosesində biliklərin öyrənilməsi və tətbiqinə yaradıcı münasibət şagirdlərin məntiqi təfəkkürünü və dünyagörüşünü formalaşdırır.

Riyaziyyat təlimində biliklərin möhkəmliyi prinsipindən çox istifadə edilir. Məlumdur ki, bu prinsip yeni biliklərin öyrənilməsi deyil şagirdlərin öyrəndiklərinin mənimsənilməsi üçün müxtəlif metodlardan istifadə edilməsidir [3]. Biliklərin möhkəmləndirilməsi prosesində müqayisə, analiz, sintez, ümumiləşdirmə kimi zehni əməliyyatların böyük əhəmiyyəti vardır.

Bütün riyaziyyat təlimlərində çalışılır ki, şagirdlərə yeni-yeni riyazi metodlar öyrədilsin və bunun nəticəsində onların riyazi təfəkkürləri inkişaf etdirilsin. Müasir təlim sistemində qarşıya qoyulan əsas məqsədlərdən biri də şagirdlərin ümumiləşdirmə, konkretləşdirmə, doğru nəticə çıxarma və s. kimi hadisələrə şüurlu surətdə yanaşmaq imkanlarını təyin edib aşkara çıxartmaq, onların yaradıcı fəallığına istiqamət vermək, köməklik göstərməkdir. Yəni şagirdlərin idrak fəaliyyətinin inkişaf etdirilməsi bütün təlim zamanı diqqətdə saxlanılmalıdır.

Riyaziyyat dərslərinin məzmununun səmərəli qurulması zəruridir. Çünki riyaziyyat dərslərində riyazi məzmun əsasdır. Şagirdlərin riyazi fəaliyyəti, tədris fəaliyyəti, vərdişləri dərsin riyazi məzmunu əsasında formalaşır.

Riyazi məzmunun seçilməsi riyaziyyat dərsinin əsas ideyasıdır, qalanları onun ətrafında qruplaşdırılır.

Müxtəlif funksiyaları yerinə yetirən məsələ (çalışma) həlli riyaziyyat təlimində qarşıya qoyulmuş müəyyən məqsədlərə çatmağa, o cümlədən riyaziyyat təlimində öyrənilən didaktik prinsiplərin mənimsənilməsində böyük rolu var [4]. Şagirdlərin məntiqi mühakiməsinin, riyazi təfəkkürünün, yaradıcı təfəkkürünün və s. inkişafında hesab, cəbr və elementar funksiyalarla birlikdə həndəsi çalışmalar da xüsusi rola malikdir. Xüsusən fəza təsəvvürünün inkişafı rolu demək olar ki, həndəsə və onun məsələlərinin öhdəsinə düşür.

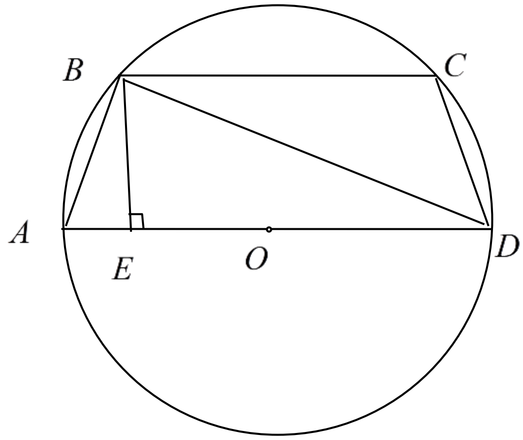
Həndəsə məsələsi nəzəri materialın daha şüurlu mənimsənilməsinə kömək etməklə yanaşı, bu materialı təcrübəyə tətbiq etməyi öyrədir. Şagird həndəsə məsələlərini həll etməklə çoxlu yenilik dərk edir, məsələdə təsvir olunan yeni situasiya nəzəriyyənin məsələ həllinə tətbiqi ilə tanış olur, yaxud məsələ həlli üçün zəruri olan yeni bilikləri dərk edir. Təlimdə öyrənilən didaktik prinsiplərin şüurlu mənimsənilməsində böyük əhəmiyyəti olur. Nümunə üçün aşağıdakı məsələnin həlli metodikasına baxaq.

Məsələ. Oturacaqları 20 sm və 12 sm olan bərabəryanlı trapesiyanın xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi onun böyük oturacağı üzərindədir. Trapesiyanın yan tərəfini və diaqonalını tapın.

Həlli. ΔABD üçbucağı düzbucaqlıdır: $\hat{B} = 90^0$. $BE \perp AD$ çəkək. Onda ED trapesiyanın orta xəttinə bərabərdir. $ED = 16\ sm$ və $AE = 4\ sm$ olur. Düzbucaqlı üçbucaqda metrik münasibətlər teoreminə görə

$BE^2 = 16 \cdot 4 \Rightarrow BE = 8\ sm$.

ABE düzbucaqlı üçbucağından Pifaqor teoreminə görə



$$AB^2 = AE^2 + BE^2 \Rightarrow AB = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}.$$

Uyğun qayda ilə BED düzbucaqlı üçbucağından

$$BD = \sqrt{BE^2 + ED^2} = \sqrt{64+256} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}.$$

Cavab: $AB = 4\sqrt{5}$, $BD = 8\sqrt{5}$.

Ədəbiyyat

1. Əliyeva T.M. və b. Orta məktəblərdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. I-II h., Bakı, ADPU, 1983.
2. Ланчик М.П. и др. Методика преподавания математики в средней школе.М.: Наука, 2001.
3. Qoqiaşvili və b. Riyaziyyat. Tbilisi: İntellekt, 2020.
4. Əfəndi S.N., Hüseynov Z.Q. Şagirdlərin riyazi təhsil səviyyəsinin artmasında məsələ həllinin rolu // SDU, Elmi Xəbərlər, cild 16, №1, 2020, s.88-91.

KƏSİLMƏZ FUNKSİYANIN KOŞI – STILTYES ÇEVIRMƏSİNƏ GÖRƏ OBRAZI

Asim Ələsgər oğlu Əkbərov, Kanan Muxtar oğlu Əliyev

Bakı Dövlət Universiteti

asimakbarov@mail.ru

İşdə (a,b) aralığında kəsilməz a və b uc nöqtələrində qeyri - məhdud funksiyalar sinfində $\theta(x) = -\frac{1}{x^{\mu}}$, $\mu \in (0,1)$ halında $u(s)$ funksiyasının Koşi – Stiltyes çevirməsinə görə $\tilde{u}(x)$ obrazının hesablanması məsələsinə baxılır.

Aşağıdakı Koşi - Stiltyes sinqulyar inteqralına baxaq:

$$\tilde{u}(x) = \int_a^b u(s) d_s \theta(|x-s|) = \lim_{\varepsilon \to 0+} \left(\int_a^{x-\varepsilon} + \int_{x+\varepsilon}^b \right) u(s) d_s \theta(|x-s|) , \tag{1}$$

burada $u(s)$ funksiyası (a,b)-də kəsilməz və $\forall \varepsilon > 0$ və $\forall x \in (a,b)$ üçün $\theta(|x-s|)$-ə görə $(a, x-\varepsilon] \cup [x+\varepsilon, b)$ -də inteqrallanandır. $\theta(z)$ – isə $(0, b-a]$-da azalmayan funksiyadır.

Bu şəkildə sinqulyar operatorların obrazı uclarda məxsusiyyətə malik olur, ona görə də model sinif uclarda qeyri – məhdud, kəsilməz funksiyalardan ibarətdir.

(1) inteqralını öyrənmək üçün $\theta(x)$– funksiyalarının bəzi sinifləri təyin olunur.

Tərif 1. θ – ilə $(0,l)$ aralığında azalmayan elə $\theta(x)$ funksiyaları çoxluğunu işarə edəcəyik ki,

$$\theta(x+a)-\theta(x) \quad \left(x,\alpha \in \left(0,\frac{l}{2}\right]\right)$$

$$\theta(\lambda x)-\theta(x) \quad \left(\lambda = 2,3;\ x \in \left(0,\frac{l}{2}\right]\right)$$

funksiyaları və $\delta \in \left(0,\frac{l}{2}\right]$– olduqda

$$\theta(x+\alpha)-\theta(\delta+x+\alpha)-(\theta(x)-\theta(\delta+x)) \quad \left(x,\alpha \in \left(0,\frac{l}{4}\right]\right)$$

$$\theta(2x)-\theta(\delta+2x)-(\theta(x)-\theta(\delta+x)) \quad \left(x \in \left(0,\frac{l}{4}\right]\right)$$

funksiyaları x - ə nəzərən artmayandırlar, burada $l=b-a$.

Tərif 2. Əgər $\theta(x)\in\theta$ və $\forall x_1,x_2 \in (0,l]$ üçün $x_1 < x_2$ olduqda $\theta(x_1)<\theta(x_2)$ olarsa, yəni $\theta(x),\ x\in(0,l]$ artan funksiyadırsa, onda $\theta(x)\in\theta_0$ işarə edəcəyik.

Teorem 1 . $\theta(x)=-\frac{1}{x^{\mu}}$, $\mu\in(0,1)$ funksiyası θ_0 sinfinə daxildir.

Teorem 2. (a,b) Aralığında kəsilməz $u(s)\equiv 1$ funksiyasının Koşi – Stiltyes çevrilməsinə görə $\tilde{u}(x)$ obrazı aşağıdakı düstur ilə hesablanır :

$$\tilde{u}(x)=\frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{(x-a)^{\mu}}-\frac{1}{(b-x)^{\mu}}\right)$$

Ədəbiyyat

1. Абдуллаев С.К., Бабаев А.А., Некоторое оценки для особого интеграла с суммируемой плотностью. ДАН СССР, Т.188, №2, 1969, с.263-265.
2. Акперов А.А. Обратные оценки для сингулярных интегралов. Azərbaycan Respublikasının prezidenti Heydər Əliyevin 80 illik yubileyinə həsr olunan "Riyaziyyatın müasir problemləri" mövzusunda magistr, aspirant və gənc tədqiqatçılarının elmi – konfransının materialları, Bakı – 2003, s.19-20.

AĞILLI BÖLGƏLƏRDƏ PROQRAMLAŞDIRMA VƏ AVTOMATLAŞDIRMA: TEXNOLOGİYANIN TƏKMILLƏŞDİRİLMƏSİ İLƏ SƏMƏRƏLİLİYİN ARTIRILMASI

Rauf Arif oğlu Əliyev
Bakı Dövlət Universiteti
mr.aliyevrauf@gmail.com

Ağıllı bölgələr, bir-biri ilə əlaqəli ağıllı şəhər və kəndləri əhatə edərək regional inkişaf üçün holistik bir yanaşma yaradır. Avtomatlaşdırma və proqramlaşdırma ağıllı bölgə infrastrukturunun əsas komponentləridir, real vaxtda məlumatların emalını, səmərəli resurs idarəetməsini və inkişaf etmiş xidmət çatdırılmasını mümkün edir [1].

Ağıllı bölgələrin texnoloji təməlini proqramlaşdırma dilləri, proqram platformaları və avtomatlaşdırma alətləri təşkil edir. Əsas texnologiyalar aşağıdakılardır:

1. **Proqramlaşdırma Dilləri**: Python, Java və C++ ağıllı bölgə tətbiqlərinin inkişafı üçün geniş istifadə olunan dillərdir, çünki onların çoxşaxəli və güclü kitabxanaları var.
2. **Proqram Platformaları**: IoT (İnternet of Things) kimi platformalar sensorların və cihazların rahat inteqrasiyasını təmin edir, real vaxtda məlumatların toplanmasını və analizini asanlaşdırır.
3. **Avtomatlaşdırma Alətləri**: Robotik Proses Avtomatlaşdırması (RPA) və Maşın Öyrənmə (ML) alqoritmləri kimi avtomatlaşdırma çərçivələri qərar qəbul etmə və əməliyyat səmərəliliyini artırır.

Ağıllı bölgələrdə proqramlaşdırma və avtomatlaşdırmanın tətbiqi bir neçə strategiyanı əhatə edir:

1. **Məlumatların İntegrasiyası**: Müxtəlif mənbələrdən (məsələn, sensorlar, istifadəçi girişləri) məlumatların birləşdirilməsi və hərtərəfli analiz üçün vahid bir sistemə inteqrasiya edilməsi.
2. **Alqoritm İnkişafı**: Məlumatların emalı və analizi, tendensiyaların proqnozlaşdırılması və əməliyyatların optimallaşdırılması üçün alqoritmlərin yaradılması.
3. **Sistem Avtomatlaşdırması**: Enerji idarəetməsi, nəqliyyatın idarə edilməsi və ictimai xidmətlərin göstərilməsi kimi rutin vəzifələrin avtomatlaşdırılması səmərəliliyi artırır və insan səhvini azaldır.

Avropadakı bir ağıllı bölgənin nümunə araşdırması bu texnologiyaların tətbiqini təsvir edir. Bölgə, nəqliyyat şəbəkəsi boyunca trafik axınını izləmək və siqnal vaxtlarını optimallaşdırmaq üçün IoT sensorlarını inteqrasiya edir [2].

1. **Məlumatların Toplanması**: Sensorlar real vaxtda nəqliyyat vasitələrinin sayı, sürəti və tıxac səviyyələri haqqında məlumatlar təqdim etdi.
2. **Alqoritmin Tətbiqi**: ML alqoritmi məlumatları analiz edərək trafik nümunələrini proqnozlaşdırdı və siqnal vaxtlarını dinamik olaraq tənzimlədi.
3. **Nəticələr**: Avtomatlaşdırılmış sistem trafik tıxacını 20% azaltdı, hava keyfiyyətini yaxşılaşdırdı və sərnişinlərin məmnunluğunu artırdı.

Ağıllı bölgələrdə proqramlaşdırma və avtomatlaşdırmanın inteqrasiyası bir çox fayda verir, o cümlədən əməliyyat səmərəliliyinin artırılması, xərclərin azalması və xidmət keyfiyyətinin yaxşılaşdırılması. Lakin, məlumatların məxfiliyi, kibertəhlükəsizlik və ixtisaslı kadrların çatışmazlığı kimi problemlər həll edilməlidir [3].

Bu məqalədə ağıllı bölgələrin inkişafında proqramlaşdırma və avtomatlaşdırma texnologiyalarının inteqrasiyası araşdırır. Məqalə proqramlaşdırma texnikaları və avtomatlaşdırma sistemlərinin prosesləri necə asanlaşdırdığını, səmərəliliyi artırdığını və dayanıqlı inkişaf məqsədlərinə necə dəstək verdiyini vurğulayır.

Ədəbiyyat

1. Al-Fuqaha, A., Guizani, M., Mohammadi, M., Aledhari, M., & Ayyash, M. (2015). "Internet of Things: A Survey on Enabling Technologies, Protocols, and Applications." *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 17(4), 2347-2376.
2. Bui, N., & Zorzi, M. (2011). "Health care applications: A solution based on the internet of things." *Proceedings of the 4th International Symposium on Applied Sciences in Biomedical and Communication Technologies*, 1-5.
3. Rani, R., & Kumar, P. (2017). "IoT based smart village and farming." *International Journal of Advanced Research in Computer Science*, 8(9), 6-9.

AĞILLI KƏNDLƏRDƏ RESURS PAYLANMASININ OPTİMİZASİYASI ÜÇÜN RİYAZİ MODELLƏŞDİRMƏ

Rauf Arif oğlu Əliyev

Bakı Dövlət Universiteti

mr.aliyevrauf@gmail.com

Ağıllı kəndlər konsepsiyası kənd yerlərinin inkişafı üçün mühüm bir aspekt kimi ortaya çıxır. Ağıllı kəndlər texnologiya və məlumat əsaslı yanaşmalar vasitəsilə yaşayış standartlarını, iqtisadi inkişafı və dayanıqlılığı yaxşılaşdırır. Effektiv resurs paylanması bu hədəflərə nail olmaq üçün əsasdır. Ənənəvi metodlar müasir ağıllı kənd sistemlərinin mürəkkəbliyini və miqyasını idarə etməkdə kifayət etmir. Riyazi modelləşdirmə bu problemləri həll etmək üçün güclü bir çərçivə təqdim edir, resursların paylanmasını optimallaşdırır, israfı minimuma endirir və faydanı maksimuma çatdırır [1].

Resurs paylanması üçün güclü alətlər olan xətkeş proqramlaşdırma (LP) və tam saylı proqramlaşdırma (IP) kimi riyazi modellər istifadə olunur. Bu modellər məqsəd funksiyalarının formalaşdırılması ilə bağlıdır ki, bunlar paylanma prosesinin məqsədini təmsil edir və sistemin məhdudiyyətlərini əks etdirən bir sıra məhdudiyyətlərə tabedir [2-3].

1. **Məlumatların Toplanması**: Su, enerji, insan resursları kimi resurslar, tələblər və məhdudiyyətlər haqqında məlumatlar müxtəlif ağıllı kənd layihələrindən toplanmışdır.
2. **Modelin Formalaşdırılması**: Resursların müxtəlif ehtiyaclara ayrılan miqdarını təmsil edən dəyişənlər müəyyən edilmişdir. Məqsəd funksiyası xərcləri minimuma endirmək və ya resursların istifadəsinin səmərəliliyini maksimuma çatdırmaq məqsədi daşıyırdı.
3. **Məhdudiyyətlər**: Məhdudiyyətlər resursların mövcudluğu, tələblərin ödənilməsi və büdcə məhdudiyyətlərini əhatə edir. Bu məhdudiyyətlər həllin real və həyata keçirilə bilən olduğunu təmin edirdi.

İnkişaf etməkdə olan ölkədəki konkret bir ağıllı kənd nümunəsi seçilmişdir. Kənd su resurslarının kənd təsərrüfatı, məişət və sənaye arasında optimallaşdırılması məqsədini daşıyırdı.

1. **Problemin Təhlili**: Kənd su qıtlığı ilə üzləşirdi və effektiv paylanma həyati əhəmiyyət kəsb edirdi.
2. **Modelin Tətbiqi**: LP modeli suyun optimal paylanmasını müəyyən etmək üçün tətbiq edildi. Model rəqabət edən ehtiyacları balanslaşdırdı və bütün məhdudiyyətləri ödəyən bir həll təqdim etdi.
3. **Nəticələr**: Modelin həlli su istifadəsinin səmərəliliyini əhəmiyyətli dərəcədə yaxşılaşdırdı, israfı azaltdı və bütün sektorlar üçün kifayət qədər təminat təmin etdi.

Riyazi modellər ənənəvi paylanma metodlarına nisbətən əhəmiyyətli üstünlüklər təklif edir. Onlar çoxsaylı faktorları və məhdudiyyətləri daxil edən sistematik bir yanaşma təqdim edir. Lakin, dəqiq məlumatların əldə edilməsi, modelin mürəkkəbliyi və hesablama tələbləri kimi çətinliklər mövcuddur. Hesablama gücündə və məlumat analitikasında gələcək inkişaflar bu modellərin tətbiqini daha da artıracaq.

Riyazi modelləşdirmə ağıllı kəndlərdə resurs paylanmasının optimizasiyası üçün mühüm bir vasitədir. Bu modellərdən istifadə edərək, ağıllı kəndlər dayanıqlı inkişafı və sakinlərinin həyat keyfiyyətini yaxşılaşdıra bilər. Siyasətçilər və praktiki mütəxəssislər ağıllı kənd təşəbbüslərinin tam potensialını reallaşdırmaq üçün bu modellərin inkişafına və tətbiqinə sərmayə qoymalıdırlar.

Beləliklə, məqalədə ağıllı kəndlərdə resurs paylanmasının optimizasiyası sahəsində riyazi modelləşdirmənin rolunu araşdırılır. Müasir riyazi modellərin inkişafı və tətbiqi vasitəsilə ağıllı kəndlər resurs paylanmasının səmərəliliyini artıra bilər, bu da dayanıqlı inkişaf və həyat keyfiyyətinin yaxşılaşmasına gətirib çıxarar

Ədəbiyyat

1. Chen, X., & Zhang, Y. (2020). "Mathematical modeling and optimization for smart villages." Journal of Rural Development, 12(3), 45-60.
2. Patel, R., & Singh, A. (2019). "Linear programming applications in resource allocation for smart regions." International Journal of Smart Infrastructure, 8(1), 23-35.
3. Jones, M. (2021). "Sustainable resource management in smart villages: A case study approach." Sustainability Journal, 15(4), 78-89.

TƏNLİKLƏR SİSTEMLƏRİNİN TRİQONOMETRİK ƏVƏZLƏMƏLƏR VASİTƏSİLƏ HƏLLİ

Səməd Cahangir oğlu Əliyev, Gülnar Nizaməddin qızı İsgəndərova, Gülnarə Mahir qızı Tahirova
Bakı Dövlət Universiteti
samed59@bk.ru

Qeyri-standart hesab edilən bir sıra məsələlər müəyyən əvəzləmələr istifadə etməklə, xüsusilə triqonometrik əvəzləmələr vasitəsilə asanlıqla həll edilə bilər. Onların istifadəsi əsasən aşağıdakı iki halda məqsədəuyğundur [1]:

1) əgər axtarılanlar $[-1;1]$ çoxluğuna və ya bu çoxluğun hər hansı alt çoxluğuna daxildirsə;

2) əgər verilmiş tənlik və bərabərsizliklər məlum triqonometrik düsturlara "oxşar" cəbri ifadələrdən ibarətdirsə.

Yuxarıda deyilənləri əsasən ilk növbədə rasional və irrasional tənlik, bərabərsizlik, tənliklər sistemi və bərabərsizliklər sistemlərinə aid etmək olar, belə ki, bunların bəzilərini ənənəvi yollarla həll etmək olduqca çətin olduğu halda, triqonometrik əvəzləmə daxil edildikdən sonra, onlar sadə triqonometrik tənliyə (bərabərsizliyə) gətirilir [2]. İki tipik nümunəyə baxaq, burada triqonometrik əvəzləmələrin tətbiqi çox aydın deyil. Belə məsələlərin həllinə triqonometrik düsturların yaxşı bilinməsi kömək edir.

Əvvəlcə, aşağıdakı sistemi həll edək:

$$\begin{cases} x = 1 - yz, \\ y = \dfrac{2z}{z^2+1}, \\ z = \dfrac{4xy(2x^2-1)}{8x^4-8x^2+1}. \end{cases}$$

$z = tgt,\ t \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ əvəzləməsini aparsaq, sistemin ikinci tənliyindən

$$y = \sin 2t$$

və buna görə də sistemin birinci tənliyindən

$$x = \cos 2t$$

alarıq. Beləliklə, verilmiş sistem

$$\begin{cases} z = tgt, \\ x = \cos 2t, \\ y = \sin 2t, \\ z = \dfrac{4\sin 2t \cdot \cos 2t(2\cos^2 2t - 1)}{8\cos^4 2t - 8\cos^2 2t + 1} \end{cases}$$

sisteminə gətirilmiş olar. Buradan, müəyyən çevirmələrdən sonra aşağıdakı sistemi alarıq:

$$\begin{cases} z = tgt, \\ x = \cos 2t, \\ y = \sin 2t, \\ tgt = tg8t. \end{cases}$$

Sistemin sonuncu tənliyindən $t = \dfrac{\pi n}{7},\ n \in Z$ tapılır. $t \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ olduğunu nəzərə alsaq, $n = \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0$ olar. Beləliklə, verilmiş sistemin həlləri

$$\begin{cases} x = \cos \dfrac{2\pi n}{7}, \\ y = \sin \dfrac{2\pi n}{7}, \\ z = tg \dfrac{\pi n}{7}, \quad n = \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0 \end{cases}$$

şəklində tapılar.

İndi isə belə bir məsələyə baxaq.

$x + 3y + 3z + 2t$ ifadəsinin ən böyük qiymətini tapmaq tələb olunur, burada $(x;\ y;\ z;\ t)$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z^2 + t^2 = 9 \end{cases}$$

sisteminin $xt + yz \geq 6$ şərtini ödəyən həllidir.

Sistemin birinci tənliyindən çıxır ki, $|x| \leq 2$, onda $x = 2\cos u,\ u \in [0, \pi]$ əvəzləməsini daxil etsək

$$y^2 = 4\sin^2 u$$

alarıq. Buradan, $u \in [0, \pi]$ şərtinə görə

$$y = 2\sin u$$

olar. Analoji olaraq, sistemin ikinci tənliyində

$$z = 3\cos v,\ v \in [0, \pi]$$

əvəzləməsini aparsaq

$$t = 3\sin v$$

olar. Onda verilmiş $xt + yz \geq 6$ bərabərsizliyi

$$6\sin v \cos u + 6\cos v \sin u \geq 6$$

şəklinə düşər. Buradan,

$$\sin(u + v) \geq 1$$

alarıq. Aydındır ki,

$$\sin(u + v) = 1$$

ola bilər, yəni

$$u + v = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$$

$u \in [0, \pi]$, $v \in [0, \pi]$ olduğundan $0 \leq u + v \leq 2\pi$ olar və buradan $n = 0$ alarıq. Onda

$$u + v = \frac{\pi}{2}$$

olar. $v = \dfrac{\pi}{2} - u$ olduğuna görə

$$z = 3\cos\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = 3\sin u,$$

$$t = 3\sin\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = 3\cos u,$$

tapılar. Məsələdə verilmiş $x + 3y + 3z + 2t$ ifadəsi $8\cos u + 15\sin u$ şəklinə düşər. Bu ifadənin ən böyük qiymətini tapmaq tələb olduğundan, onun ən böyük qiyməti

$$\sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

olar.

Ədəbiyyat

1. Əliyev S.C., Namazov F.M., Tahirov B.Ö. Elementar riyaziyyat. Bakı: Ləman nəşriyyatı, 2017, 560 s.
2. Вавилов В. и др. Задачи по математике. Моска: Наука, 1990, 607 с.

HƏNDƏSƏ DƏRSLƏRİNDƏ DÜZGÜN QURULMUŞ ÇERTYOJUN ROLU

Səməd Cahangir oğlu Əliyev, Faiq Mirzəli oğlu Namazov, Sara Güloğlan qızı Əliyeva

Bakı Dövlət Universiteti
samed59@bk.ru

Həndəsə məsələlərinin həlli adətən iki mərhələdən ibarət olur: birinci mərhələ çalışmanın şərtlərinə uyğun olaraq çertyojun qurulması və ikinci mərhələ isə çalışmanın hesablamalarının aparılmasıdır. Hesablamalar çalışmanın çertyoju düzgün qurulduqdan sonra aparıla bilər. Əgər çertyoj düzgün qurulmamışsa, onda hesablamalar doğru olmayacaqdır, axı hər hansı bir hesablama çertyoj əsasında aparılır. Orta məktəblərin bəzi müəllimləri məsələlər həlli zamanı çertyojun roluna “səthi” yanaşırlar, mövzunu izah edərkən daha dəqiq olmayan çertyoj qurmaqla kifayətlənirlər və çalışmanın “eskizini” çəkirlər.

Həndəsə məsələsinin həlli prosesində düzgün qurulmuş çertyojun köməyi çoxdur: çertyoj zəruri əsaslandırma və hesablamalar ideyalarına “ip ucu” verə bilər, hansısa teoremdən istifadə etmək və ya uğurlu bir əlavə qurmanı yerinə yetirmək fikrini yarada bilər.

Stereometriya məsələlərinin həlli prosesində düzgün qurulmuş çertyojun rolu aşağıdakılar ola bilər [1]:

birincisi, çertyoj çalışmanın həlli üçün alqoritm göstərir, bu səbəbdən çalışmanın həlli üçün seçilən düzgün alqoritm yalnız düzgün çertyoj çəkildiyi halda mümkündür;

ikincisi, qurmaya aid teoremlər çertyojların qurulması prosesində öz praktik tətbiqini tapır;

üçüncüsü, çertyojun qurulması şagirdlərin fəza təsəvvürlərini inkişaf etdirir;

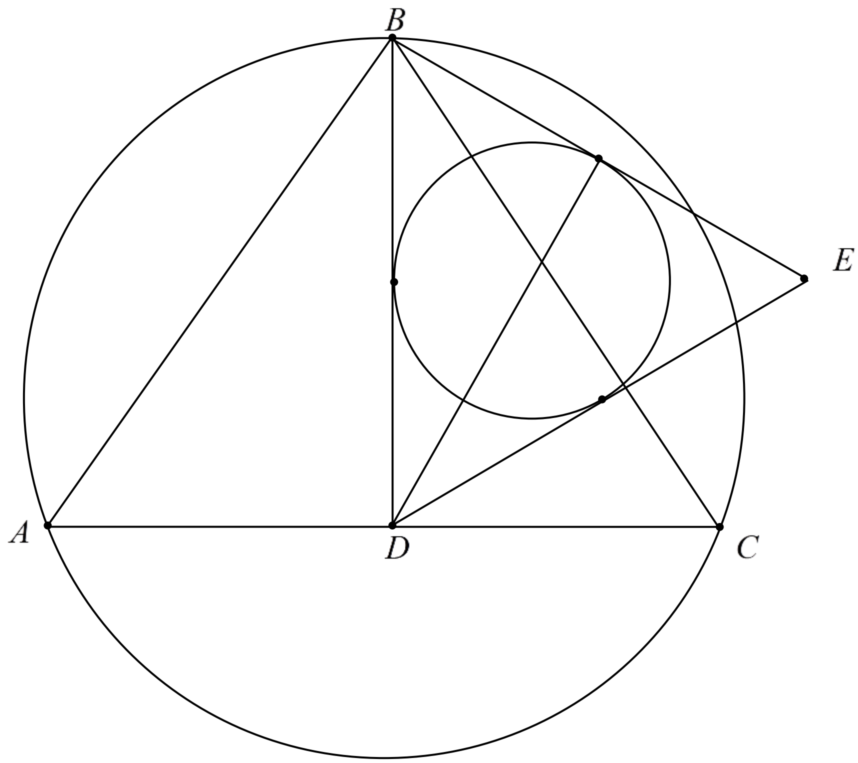
dördüncüsü, düzgün çertyojun qurulması şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişafına kömək edir;

beşincisi, düzgün çertyojun qurulması təkcə həndəsə məsələlərinin həllində deyil, həm də elm və istehsalatın digər sahələrində də (məsələn: memarlıq, mühəndislik, maşınqayırma və s.) istifadə olunur.

Bunlarla yanaşı, qeyd edək ki, çertyojun qurulması "hazır" çertyojların oxunmasında "təməl" təşkil edə bilər.

Bir planimetriya məsələsinin çertyojunun qurulması prosesini göstərək.

Tutaq ki, çevrə daxilinə çəkilmiş bərabərtərəfli üçbucağın hündürlüyü üzərində qurulmuş bərabərtərəfli üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrəni qurmaq tələb olunur.

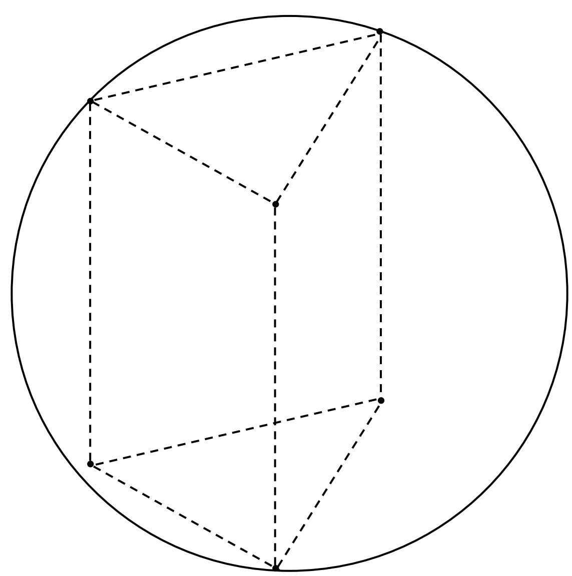


Bu çertyoju qurmaq üçün aşağıdakıların bilinməsi zəruridir:

1) çevrə daxilinə çəkilmiş çoxbucaqlının tərifini;
2) çevrə xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlının tərifini;
3) üçbucaq xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi haqqındakı teoremi;
4) üçbucaq daxilinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi haqqındakı teoremi;
5) üçbucağın tərəflərinin orta perpendikulyarları, tənbölən və hündürlük anlayışlarını.

İndi isə, stereometriya kursundan bir çalışmanın çertyojunun çəkilməsi nümunəsini nəzərdən keçirək.

Tutaq ki, düz düzgün üçbucaqlı prizma xaricinə sfera çəkmək tələb olunur.



Bu çertyoju qurmaq üçün aşağıdakıların bilinməsi zəruridir:

1) düz düzgün prizmanın tərifini;
2) prizma xaricinə sferanın çəkilə bilməsi üçün lazımı şərtləri. Bu şərtləri sadalayaq:

- prizma düz prazma olmalıdır;
- prizmanın oturacaqlarına çevrə çəkmək mümkün olmalıdır.

Bu şərtlər ödənildiyindən tələb olunan sferanı qura bilərik.

Düzgün çertyoju qurarkən şagirdlər, əvvəllər öyrəndikləri təriflərin, teoremlərin və onların nəticələrinin praktiki tətbiqləri ilə yanaşı çalışmanın həlli alqoritmini də qurmağı öyrənirlər [2].

Ədəbiyyat

1. Əliyev S.C., Namazov F.M., Tahirov B.Ö. Elementar riyaziyyat. Bakı: Ləman nəşriyyatı, 2017, 560 s.
2. Дорофеев Г., Розов Н. Чертеж в геометрической задаче // Квант, 2020, №11, с.25-30.

RİYAZİYYAT TƏLİMİNDƏ VİZUAL YANAŞMA

Səməd Cahangir oğlu Əliyev, Faiq Mirzəli oğlu Namazov, Pərvanə İlham qızı Səmədova

Bakı Dövlət Universiteti

samed59@bk.ru

Müasir mərhələdə məktəb təhsilinin humanist istiqaməti böyük əhəmiyyət kəsb edir. Təhsilin əsas vəzifələrindən biri fərdin inkişafına yönəlmiş, onun əsas ehtiyaclarının ödənilməsi yolu ilə özünütərbiyə və özüöyrənmə mexanizmlərinin formalaşmasını nəzərdə tutan təhsil prosesinin təşkilidir. Təhsilin modernləşdirilməsinin əsas istiqamətləri Dövlət Təhsil Standartlarında müəyyən edilmişdir. Standart şagirdlərin fərdi, yaş, psixo-fizioloji xüsusiyyətləri nəzərə alınmaqla tədris prosesinin qurulmasını təmin edən sistem-fəaliyyət yanaşmasına əsaslanır və bu, şübhəsiz ki, daha effektiv fənn əsaslı təlim prosesinin qurulması üçün yeni imkanlar açır.

Uzun müddətdir ki, riyaziyyat təliminin əsas vəzifəsi böyük həcmdə nəzəri biliklərin öyrənilməsi, müxtəlif riyazi məsələlərin həlli zamanı qazanılmış bacarıq və vərdişlər hesab olunurdu. Lakin indi məlum olur ki, əldə edilmiş bilikləri qeyri-standart situasiyalara köçürərkən şagirdlər xeyli çətinliklərlə üzləşirlər, bəzən çətin vəziyyətdən çıxmaq üçün hazır sxem və alqoritmləri tətbiq edə bilmirlər. Pedaqoji təcrübə göstərir ki, hazırda təlimin reproduktiv və inkişafetdirici metodları arasında ziddiyyətlər davamlı və uzunmüddətli xarakter almışdır və tədris metod və texnologiyalarına yeni yanaşmanın axtarışı və həyata keçirilməsi zərurətinə səbəb olmuşdur [1].

Tədris təcrübəsi onu göstərir ki, riyaziyyatın tədrisi prosesində perspektivli istiqamətlərdən biri də şagirdlərin bilik və bacarıqlarının optimal istifadəsinə əsaslanan vizual yanaşmanın tətbiqidir [2]. Bu texnologiyadan istifadə təhsil məlumatlarının geniş və məqsədyönlü istifadəsini təşviq edir və biliklərin əlçatanlığını təmin edir. Koqnitiv fəaliyyət prosesində təsvirlərlə işləmək bizə subyekt və obyekt arasında qarşılıqlı əlaqənin unikal formasını qurmağa imkan verir ki, bu da son nəticədə obyektin canlı və başa düşülən görüntüsünün yaradılmasına gətirib çıxarar. Yuxarıda deyilənləri aşağıdakı məsələlərin həllində şərh edək.

Tutaq ki, $a+b+c+d$ cəminin kvadratını tapmaq tələb olunur.

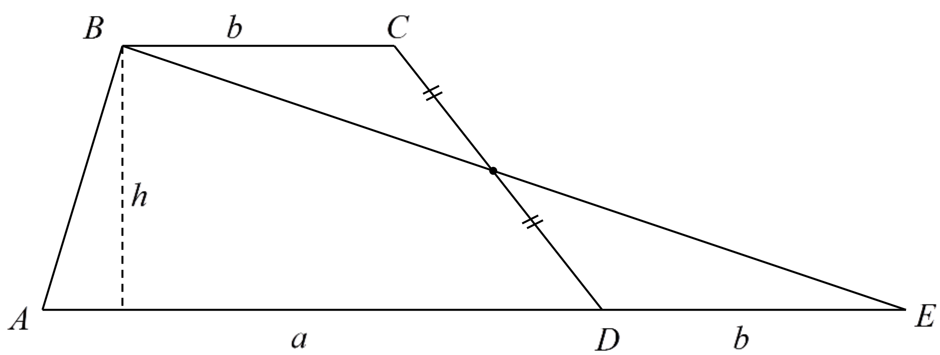
Məsələni həll etmək üçün tərəfi $a+b+c+d$ olan aşağıdakı kvadratı quraq və

	a	b	c	d
d	ad	bd	cd	d^2
c	ac	bc	c^2	cd
b	ab	b^2	bc	bd
a	a^2	ad	ac	ad

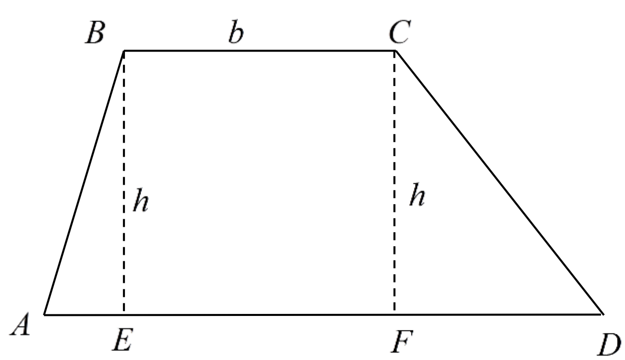
bu kvadratı kiçik kvadratlara bölərək hər birinin sahəsini uyğun kvadratın içində yazaq. Şəkildəki informasiyaları toplasaq aşağıdakı düsturu alarıq:

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd \ .$$

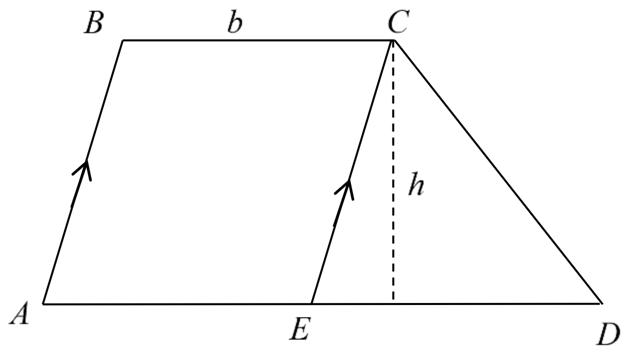
Həndəsə təlimində vizual yanaşmanın rolu böyükdür. Bu texnologiya sayəsində şagirdlərdə konstruktiv təfəkkür və yaradıcı təxəyyül inkişaf etdirilir, sabit müsbət motivasiya formalaşır. Aşağıdakı şəkillərdə trapesiyanın sahəsi haqqında teoremin vizual isbatları göstərilir. Əlbəttə ki, təqdim olunan variantlar trapesiyanın sahəsi haqqında teoremin isbatlarının bütün mümkün variantlarını əks etdirmir $(AD = a,\ BC = b)$.

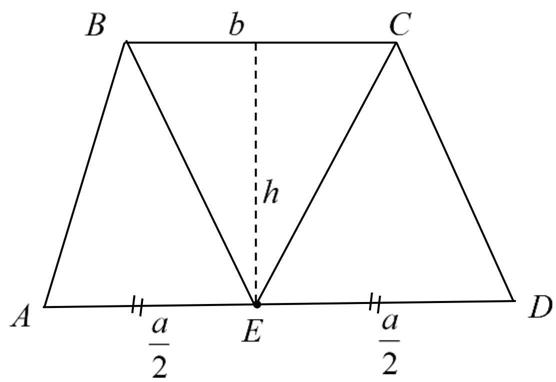


$$S_{ABCD} = S_{ABE} = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h \,;$$



$$S_{ABCD} = S_{ABE} + S_{BEFC} + S_{CFD} = \frac{1}{2}(a-b) \cdot h + bh = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h \,;$$





$$S_{ABCD} = S_{ABCE} + S_{CED} = bh + \frac{1}{2}(a-b)\cdot h = \frac{1}{2}(a+b)\cdot h;$$

$$S_{ABCD} = 2\cdot S_{ABE} + S_{BEC} = 2\cdot\frac{1}{4}ah + \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}(a+b)\cdot h.$$

Ədəbiyyat

1. Балашов Ю. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике // Педагогическое мастерство, Москва, 2014, с.62-65.
2. Далингер В. Визуальный подход к обучению математике. Омск: Просвещение, 2009, 240 с.

E_3 -də SƏTHİN FRENE REPERİ

Nəcəf Yaqub oğlu Əliyev, Jalə Anar qızı Məmmədzadə

Bakı Dövlət Universiteti

jmemmedzade984@gmail.com

E_3-də V səthi $R = \{A, \vec{e}_j\}$ reperinə görə aşağıdakı kimi tənliklərlə verilir:

$$\omega^3 = 0,\ \ \omega_i^3 = \lambda_{ij}^3\omega^j,\quad \Delta\lambda_{ij}^3 = \lambda_{ijk}^3\omega^k \quad (i, j, k = 1{,}2). \tag{1}$$

Belə ki, burada

$$\Delta\lambda_{11}^3 = d\lambda_{11}^3 - 2\lambda_{12}^3\omega_1^2,\quad \Delta\lambda_{22}^3 = d\lambda_{22}^3 + 2\lambda_{12}^3\omega_1^2,$$
$$\Delta\lambda_{12}^3 = d\lambda_{12}^3 + (\lambda_{11}^3 - \lambda_{22}^3)\omega_1^2, \tag{2}$$

λ_{ij}^3, λ_{ijk}^3 aşağı indekslərə görə simmetrikdir.

R reperinin A təpəsi $V \subset E_3$ səthinin cari nöqtəsidir. Burada $\vec{e}_i$ $(i, j, k = 1{,}2)$ V səthinin A nöqtəsində toxunan müstəvisi üzərində yerləşir, $\vec{e}_3$ vektoru isə A nöqtəsində toxunan müstəviyə perpendikulyar olub V səthinin normalının yönəldici vektorudur.

Əgtər A nöqtəsini qeyd etsək onda

$$\omega' = 0,\quad \omega^2 = 0.$$

Onda (1)-dən və (2)-dən tapırıq

$$\delta\lambda_{11}^3 = 2\lambda_{12}^3\pi_1^2,\quad \delta\lambda_{22}^3 = -2\lambda_{22}^3\pi_1^2,\ \delta\lambda_{12}^3 = (\lambda_{22}^3 - \lambda_{11}^3)\pi_1^2. \tag{3}$$

Aşağıdakı kəmiyyətlərə baxaq:

$$S_1 = H + \sqrt{H^2 - K},\qquad S_2 = H - \sqrt{h^2 - K}\ . \tag{4}$$

Burada

$$K = \lambda_{11}^3\lambda_{22}^3 - (\lambda_{12}^3)^2,\qquad H = \frac{1}{2}(\lambda_{11}^3 + \lambda_{22}^3). \tag{5}$$

(3)-dən alınır ki,

$$\delta K = 0,\ \delta H = 0. \tag{6}$$

(6) ifadəsi onu göstərir ki, S_i $(i = 1{,}2)$ və K, H kəmiyyətləri mütləq invariantlardır. S_i invariantları baş əyriliklər, K və H isə uyğun olaraq tam və orta əyriliklər adlanır. (4)-dən alınır ki,

$$K = S_1 \cdot S_2,\ \ H = \frac{1}{2}(S_1 + S_2). \tag{7}$$

$V \subset E_3$ səthinin əyrilik mərkəzi A nöqtəsində aşağıdakı nöqtə ilə təyin edilir:

$$C = A + tE_3. \tag{8}$$

Belə bir teorem isbat edilmişdir.

Teorem. Ümumi halda $V \subset E_3$ səthinin A nöqtəsində iki əyrilik mərkəzi və iki baş istiqaməti vardır.

Əyrilik mərkəzi və baş istiqamətlər uyğun olaraq aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$C_i = A + \frac{1}{2}\vec{e}_3,\quad i = 1{,}2,$$
$$\lambda_{12}^3\{(\omega')^2 - (\omega^2)^2\} + (\lambda_{22}^3 - \lambda_{11}^3)\omega'\omega^2 = 0.$$

Ədəbiyyat

1. Картан Э. Внешние дифференциальные системы и их геометрические приложения. УЗД, МГУ, 1962.

QEYRI-XƏTTI DIRAK MƏSƏLƏLƏRININ HƏLLƏRININ QLOBAL BIFURKASIYASI HAQQINDA

Ziyatxan Seyfəddin oğlu Əliyev

Bakı Dövlət Universiteti

z_aliyev@mail.ru

Relativistik kvant mexanikası və kvant sahə nəzəriyyəsində mühüm rol oynayan Dirak tənliyi 1928-ci ildə ingilis fiziki Pol Dirak tərəfindən alınmış relativistik dalğa tənliyidir. O, həm kvant mexanikasının prinsiplərinə, həm də xüsusi nisbilik nəzəriyyəsinə uyğun gələn elektron və pozitron kimi spini 1/2 olan elementar kütləvi hissəciklərin (fermionların) təsvirini verdi. Bu, nisbiliyi kvant mexanikası kontekstində tam izah edən ilk nəzəriyyə olmuşdur.

Qeyri-xətti Dirac tənlikləri atom, nüvə və qravitasiya fizikası da daxil olmaqla müxtəlif sahələrdə mühüm rol oynayır Bu tənliklər güclü cazibə qüvvələrinə məruz qalan fermionların davranışını təsvir edir və ekstremal şəraitdə maddənin davranışı haqqında əvəzsiz məlumat verir. Bundan əlavə, qeyri-xətti Dirac məsələləri xüsusi materiallarda elektronların hərəkətlərini effektiv şəkildə təsvir edən kondensasiya olunmuş maddə fizikasında da böyük əhəmiyyət kəsb edir.

Məruzədə xətti Dirak məsələlərininməxsusi vektor-funksiyalarının osillyasiya xassələri və qeyri-xətti Dirak məsələlərinin həllərinin sıfırdan və sonsuzluqdan qlobal bifurkasiyası haqqında son dövrlərdə alınan nəticələr haqqında ümumi məlumat veriləcək.

BİR SİNİF İNTEQRAL OPERATORUN SONSUZ DİFERENSİALLANAN FUNKSİYALARFƏZASINDA BƏZİ XASSƏLƏRİ HAQQINDA

Tofiq Babulla oğlu Əsədov, Qumaşova Nuranə

Bakı Dövlət Universiteti

tofig-as@mail.ru, nurane.qumasova@gmail.com

Bir çox təbiət hadisələri funksional-diferensial, o cümlədən, inteqro-diferensial tənliklər vasitəsilə modelləşdirilir. İnteqro-diferensial tənliklər nəzəriyyəsi funksional-diferensial tənliklər nəzəriyyəsi ilə sıx bağlıdır. Hətta inteqro-diferensial tənliklərə inteqral operatorlar iştirak edən funksional-diferensial tənliklərin xüsusi halı kimi baxmaq olar.

Tədqiqat işi bir sinif inteqral operatorun sonsuz diferensiallanan funksiyalar fəzasında bəzi xassələrinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Ona görə də öyrənilən mövzu həm nəzəri, həm də elmi-praktik cəhətdən aktualdır.

Təqdim edilən işdə inteqral operatorlara $C_H^{\infty}(\Gamma)$ fəzasında baxılır, burada H fəzası sonlu ölçülüdür. Aşağıdakı işarələmələri daxil edək: X fəzasından Y fəzasına təsir edən xətti kəsilməz operatorlar fəzasını $L(X,Y)$ ilə işarə edək. $X=Y$ olduqda isə sadəcə $L(X)$ ilə işarə edək. H fəzasıCkompleks nöqtələr çoxluğu olduqda $C_H^{\infty}(\Gamma)$ əvəzinə $C^{\infty}(\Gamma)$ işarələməsindən istifadə edərik.

Tərif. ƏgərXfəzasında xətti kəsilməzAoperatonun sonlu ölçülü nüvəsi (konüvəsi) və qapalı obrazı varsa, ondaAoperatorunaΦ_+ (Φ_-) operatorun obrazı qapalı, nüvəsi və konüvəsi sonlu ölçülü olarsa, ondaA operatoruna Fredholm operatoru və yaΦoperatoru da deyilir.

A operatorunun yarımfredholmluq meyarı olan aşağıdakı teoremi isbat etmək olar.

Teorem 1. Tutaq ki,AoperatoruXhesabi normalı fəzasında kəsilməz xətti operatordur. Onda aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir.

1. A operatoruΦ_+(Fredholm) operatorudur.
2. İxtiyari $n \geq 0$ üçün elə $m \geq 0$ ədədi tapılar ki, D_m(X)sinfindən olan ixtiyari $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ ardıcıllığı üçün $\{Ax_k\}_{k=0}^{\infty}$ ardıcıllığı D_n(X)sinfinə daxildir.
3. Elə $m \geq 0$ ədədi var ki, D_m(X)sinfindən olan ixtiyari $m \geq 0$ üçün $\{Ax_k\}_{k=0}^{\infty}$ ardıcıllığıD_0(X)sinfinə daxildir.

Tutaq ki, $t_0 \in \Gamma$. $C^{\infty}(\Gamma)$ fəzasında aşağıdakı qanunla təsir edən R_{t_0} operatorunu götürək.

$$(R_{t_0}\varphi) = \frac{\varphi(t) - \varphi(t_0)}{t - t_0}$$

Aydındır ki, R_{t_0} operatoru kəsilməzdir. Onun bəzi xassələrini qeyd edək.

1. İstənilən naturalnüçün istənilən $\varphi \in C^{\infty}(\Gamma)$ funksiyası üçün aşağıdakı düstur doğrudur.

$$(R_{t_0}^n\varphi) = \frac{\varphi(t) - \sum\limits_{n=0}^{n-1} \frac{\varphi^{(k)}(t_0)}{k!}(t - t_0)^k}{t - t_0}$$

2. İstəniləniki $t_1, t_2 \in \Gamma$, nöqtələri üçün $t_1 \neq t_2$ aşağıdakı bərabərlik doğrudur.

$$R_{t_1}R_{t_2} = \frac{1}{t_1 - t_2}(R_{t_1} - R_{t_2})$$

3. İstənilən iki $t_1, t_2 \in \Gamma$ nöqtələri üçün $R_{t_1}R_{t_2} = R_{t_2}R_{t_1}$ bərabərlikləri doğrudur.
4. Tutaq ki, $t_0 \in \Gamma$. Onda $R_{t_0}^n(t - t_0)^m I = R_{t_0}^{n-m}$, əgər $n \geq m$ və əgər $n \leq m$ olarsa, $R_{t_0}^n(t - t_0)^m I = (t - t_0)^{m-n} I$.
5. İstənilən $t_0 \in \Gamma$ üçün $SR_{t_0} - R_{t_0}S$ operatoru $C^{\infty}(\Gamma)$ fəzasında kompaktdır.
6. İstənilən $t_0 \in \Gamma$ və istənilən $C \in C^{\infty}(\Gamma)$ funksiyası üçün $C(t) - R_{t_0} - R_{t_0}C(t)I$ operatoru $C^{\infty}(\Gamma)$ fəzasında kompaktdır.

Bu xassələrdən çıxır ki, istənilən $A \in L$ operatorunu aşağıdakı şəkildə göstərmək olar.

$$A=\sum_{i=0}^{p}\sum_{j=1}^{m_i}C_{ij}(t)R_{t_i}^{j}+C(t)I+K$$

burada $C,C_{ij}\in C^{\infty}(\Gamma)$, $K\in L(C^{\infty}(\Gamma))$, t_i nöqtələri isə cüt-cüt müxtəlifdir. $m_1,m_2,\ldots,m_p$ ədədləri içərisində ən böyüyünüm ilə işarə edək.

Tutaq ki, $A\in L(C^{\infty}(\Gamma))$ ixtiyari operatordur və t_0 nöqtəsiΓçevrəsinin qeyd olunmuş nöqtəsidir.Aoperatorunun t_0 nöqtəsində simvolunu müəyyən edək. Bunun üçün A operatorunu aşağıdakı şəkildə göstərək.

$$A=C_0(t)R_{t_0}^{n}+C_1(t)R_{t_0}^{n-1}+\ldots+C_{n-1}(t)R_{t_0}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}C_{ij}(t)R_{t_i}^{j}+C(t)I+K$$

Burada $C,C_k,C_{ij}\in C^{\infty}(\Gamma),\ K\in L(C^{\infty}(\Gamma))$.

Aşağıdakı qanunla təsir edən σ_{t_0} inikasına baxaq.

$$\sigma_{t_0}(A)=\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{\alpha^{(k)}(t_0)}{k!}z^k\cdot z^{-n}=\sum_{k=-n}^{+\infty}\frac{\alpha^{(k+n)}(t_0)}{(k+n)!}z^k$$

burada $\alpha(t)=C_0(t)+C_1(t)(t-t_0)+\ldots+C_n(t)(t-t_0)$. Göstərmək olar ki, σ_{t_0} inikası korrekt təyin edilib və $\forall\ t_0\in\Gamma$ nöqtəsi üçün homomorfizmdir. $\sigma_{t_0}(A)$ sırasınaA operatorunun t_0 nöqtəsində simvolu adlanır. Simvolun tərifindən çıxır ki, əgər operator kompakdırsa, onda onun simvolu hər bir $t\in\Gamma$ nöqtəsində sıfra bərabərdir.

Tutaq ki, $C\in C^{\infty}(\Gamma)$ və $A=C(t)I$. İstənilən $C\in C^{\infty}(\Gamma)$ funksiyası üçün $(A\varphi)(t)=C(t)\varphi(t)$ olduğundan $\forall\ t_0\in\Gamma$ üçün $\sigma_{t_0}(A)=\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{C^{(k)}(t_0)}{k!}z^k$.

Tutaq ki, $t_0\in\Gamma$ və $A=R_{t_0}$. Onda simvolun tərifindən çıxır ki, $\sigma_{t_0}(A)=z^{-1}$.

$\sigma_t(A)=\sum_{k=-m}^{+\infty}a_k(t)z^k$ işarə edək. Tutaq ki, ixtiyarin($0\le n\le m$) üçün t_0 nöqtəsində aşağıdakı bərabərlik ödənir.

$$a_{-m}(t_0)=\ldots=a_{n-1}(t_0)=0$$

OndaA operatorunu aşağıdakı kimi göstərmək olar.

$$A=d_0(t)R_{t_0}^{n}+d_1(t)R_{t_0}^{n-1}+\ldots+d_{n-1}(t)R_{t_0}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}C_{ij}(t)R_{t_i}^{j}+f(t)I+T$$

burada $d_0,d_1,\ldots,d_{n-1},C_{i,j},f$ sonsuz diferensiallanan funksiyalardır və $t_0\notin\{t_1,t_2,\ldots,t_h\}$.

Əgər $a_{-m}(t_0)=\ldots=a_{-1}(t_0)=0$ olarsa, ondaA operatorunu aşağıdakı kimi göstərmək olar.

$$A=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}C_{ij}(t)R_{t_i}^{j}+f(t)I+T$$

burada $C_{i\,j}$ və f funksiyaları sonsuz diferensiallanandırlar, T operatoru kompaktdır və $t_0 \notin \{t_1, t_1, \ldots t_n\}$.

Operatorun simvolunun bir sıra xassələrini isbat etmədən qeyd edək.

1. Əgər hər bir $t \in \Gamma$ nöqtəsində $\sigma_t(A) = 0$ olarsa, onda $A \in L(C^{\infty}(\Gamma))$.

2. $\sigma_t(A) = \sum_{r=-m}^{+\infty} a_k(t) z^k$. Onda $a_k(t)$ əmsalları aşağıdakı xassələri ödəyir.

2a) İstənilən mənfikindeksli $a_k(t)$ funksiyası yalnız sonlu sayda nöqtələrdə sıfırdan fərqlidir.

2b) Əgər elə $t_0 \in \Gamma$ varsa ki, $a_{-m}(t_0) = \ldots = a_{-1}(t_0) = 0$ olarsa, onda eləUətrafı var ki, $a_k(t)$ $(k \geq 0)$ əmsalları sonsuz diferensiallandır və $\forall t \in U$ üçün $a_k(t) = \frac{1}{k!} a_0^{(k)}(t)$ doğrudur.

2c) Əgər elə $t_0 \in \Gamma$ var ki, $a_{-m}(t_0) = \ldots = a_{n-1}(t_0) = 0$ və $a_{-n}(t_0) \neq 0$ olarsa, onda aşağıdakı düstur doğrudur.

$$a_{k-n}(t_0) = \lim_{t \to t_0} \sum_{l=0}^{\min\{k.n\}} C_n^l (t - t_0)^{n-l} a_{k-l}(t)$$

3. Tutaq ki, $\sigma_t(A) = \sum_{k=-m}^{+\infty} a_k(t) z^k$. ƏgərAoperatorunun simvolunun hər bir $t \in \Gamma$ nöqtəsində tərsi varsa, onda $a_0(t)$ əmsalının sıfra çevrildiyi nöqtələrin sayı sonludur.

4. $\sum_{k=-m}^{+\infty} a_k(t) z^k,\ t \in \Gamma$ sırasına baxaq. Əgər bu sıranın əmsalları xassə 2a-2c)-ni ödəyirsə, onda simvolu bu sıra ilə $t \in \Gamma$ nöqtəsində üst-üstə düşənAoperatoru var.

5. Tutaq ki,Aoperatorun $\sigma_t(A)$ simvolunun hər bir$t \in \Gamma$ nöqtəsində tərsi var. Onda eləBoperatoru var ki, onun simvolu $\sigma_t(B)$ hər bir$t \in \Gamma$ nöqtəsində $\sigma_t(B) = (\sigma_t(A))^{-1}$ bərabərliyini ödəyir.

Teorem 2. Tutaq ki,Aoperatorunun $C^{\infty}(\Gamma)$ fəzasında Фoperatoru olması üçün zəruri və kafi şərtonun $\sigma_t(A)$ simvolunun hər bir$t \in \Gamma$ nöqtəsində tərsinin olmasıdır.

Ədəbiyyat

1. Кутателадзе С. С. Основы функционального анализа.3-е изд. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2000. 336 с.
2. Горин С.В. Фредгольмовость операторов типа сингулярных в пространствах бесконечно дифференцируемых функций. //Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения III, тезисы докладов, Изд-во СКНЦ ВШ, ФГАОУ ВПО Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, 2013.
3. Баскаков А. Г.Об обратимости и фредгольмовости разностных операторов, Матем. заметки, 2000, том 67, выпуск 6, 816–827

MDS KODLARINDA YADDAŞ QOVŞAQLARININ QURULMASI

Günel Sultan qızı Əyyubova, **Cəlal Əbülfəz oğlu Əliyev**

Azərbaycan Texniki Universiteti, Bakı, Azərbaycan,Ş
ghuseynova538@gmail.com , aliyevvjalal@gmail.com

MDS (maksimum məsafədən ayrıla bilən) massiv kodları hesablama baxımından səmərəli kodlaşdırma və deşifrə prosedurlarına görə yaddaş sistemlərində geniş istifadə olunur. MDS (maksimum məsafədən ayrıla bilən) massiv kodları RAID saxlama sistemləri üçün əsas kimi geniş şəkildə istifadə edilən və paylanmış saxlama sistemlərində kodlaşdırma üçün təklif olunan silmə-düzəliş kodları ailəsidir. Massiv kodu hər bir sütunun yaddaş qovşağı kimi qəbul oluna biləcəyi 2D massivdən ibarətdir. Sütun və qovşaq terminlərini bir-birinin əvəzində istifadə edəcəyik. 2D massivindəki giriş element kimi istinad edilir. r pariteti (ehtiyatlıq) qovşaqları olan kod yalnız və yalnız hər hansı r silinməsindən sonra bərpa oluna bildikdə MDS-dir. EVEN ODD və RDP iki artıqlığı olan MDS massiv kodlarına nümunədir.

Bu yazıda biz yalnız sistematik kodları nəzərdən keçiririk, yəni məlumat yalnız ilk k qovşaqlarında, paritetlər isə yalnız sonuncu k qovşaqlarında saxlanılır. r artıqlıq qovşaqları olan MDS kodu sağ qalan qovşaqlarda qalan bütün məlumatlara daxil olmaq (oxumaq) ilə istənilən r node silinməsini düzəldə bilər. Bununla belə, praktikada silinmələr 1=e<r üçün daha çox uğursuzluq hadisəsidir. Beləliklə, təbii sual ondan ibarətdir ki, yaddaş qovşaqlarını yenidən qurmaq üçün nə qədər məlumat əldə etməliyik? Yenidənqurma nisbətini e silinmələrin yenidən qurulması zamanı əldə edilmiş qalan məlumatların bir hissəsi kimi müəyyən edirik. Əvvəlki işimizdə biz ziqzaq kodları adlanan MDS kodlarını qurduq ki, bunlar hər hansı bir sistematik qovşağın yenidən qurulması üçün 1/r optimal rekonstruksiya nisbətinə nail olur, lakin e=1 olduqda, paritet qovşağının silinməsinin yenidən qurulması üçün bütün məlumatlara daxil olmaq lazımdır.

Bu işdə kodların yenidən qurulması ilə bağlı üç hal müəyyən olunur:

1. Biz qovşağın saxlama ölçüsü ilə bərpa edən kodlar çərçivəsinə bənzər təmir bant genişliyi arasında əsas mübadilə göstəririk və ziqzaq kodların optimal yenidənqurma nisbətinə nail olduğunu göstəririk. e/r üçün MDS kodları, hər hansı 1≤e≤r üçün.

2. İstənilən sistematik və ya paritet qovşaqların silinməsi üçün optimal bərpa nisbəti 1/r əldə edən sistematik kodlar qururuq.

3. Biz ziqzaq kodları üçün xətaların düzəldilməsi alqoritmlərini təqdim edirik və xüsusilə bu kodların minimum Hamming məsafələrindən kənarda necə düzəldilə biləcəyini nümayiş etdiririk.

Məsələn, Şəkil 1-dəki kod üçün hər hansı iki sütun silinsə, biz hələ də bütün məlumatları bərpa edə biləcəyimizi, yəni MDS kodu olduğunu yoxlamaq asandır. Burada bütün elementlər sonsuz F_3 sahəsidir. İndi fərz edək ki, C_1 sütunu silinib, onu yalnız 0,1 sətirlərinin və C_0, C_2, P_0, P_1 sütunlarının elementlərinə aşağıdakı kimi daxil etməklə yenidən qurmaq olar:

$$a_{0,1} = r_0 - a_{0,0} - a_{0,2} = 2a_{0,0} + 2a_{0,2} + r_0$$

$$a_{1,1} = 2a_{1,0} + 2a_{1,2} + r_1$$

$$a_{2,1} = 2a_{0,0} + 2a_{1,2} + z_0$$

$$a_{3,1} = 2a_{1,0} + a_{0,2} + z_1$$

	C_0	C_1	C_2	P_0	P_1
0	$a_{0,0}$	$a_{0,1}$	$a_{0,2}$	$r_0 = a_{0,0} + a_{0,1} + a_{0,2}$	$z_0 = a_{0,0} + a_{2,1} + a_{1,2}$
1	$a_{1,0}$	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$r_1 = a_{1,0} + a_{1,1} + a_{1,2}$	$z_1 = a_{1,0} + a_{3,1} + 2a_{0,2}$
2	$a_{2,0}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$r_2 = a_{2,0} + a_{2,1} + a_{2,2}$	$z_2 = a_{2,0} + 2a_{0,1} + 2a_{3,2}$
3	$a_{3,0}$	$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$r_3 = a_{3,0} + a_{3,1} + a_{3,2}$	$z_3 = a_{3,0} + 2a_{1,1} + a_{2,2}$

Şəkil 1. Üç sistematik və iki paritet qovşağı olan MDS massiv kodu. Bütün elementlər sonlu F_3 sahəsindədir. Birinci paritet sütunu P_0 sətir cəmidir, ikinci paritet sütunu P_1 isə ziqzaqlar tərəfindən yaradılır.

Bir sıra kodlar, bütün qalan qovşaqların köməkçi qovşaqlar olduğu MDS kodlarında təmir bant genişliyinə və ya yenidənqurma nisbətinin aşağı həddi e = 1 əsnasına nail olmaq üçün saxlanılır. Paritet qovşaqlarının sayı sistematik qovşaqlardan, yəni r>k -dan çox ifadə açıq kod konstruksiyaları verilmişdir. Bütün hallardainsan hüquqlarına uyğun üsulları ilə asimptotik olaraq aşağı həddə çatdı. İstinadlar yenidənqurma nisbətində aşağı həddi 1/a çatdıran yüksək sürətli (k>r) MDS massiv kodlarının açıq konstruksiyalarını təqdim edilmişdir. Həmçinin optimal təmir bantına malik 2 paritetli kod tələb olunur. Daha sonra optimal təmir bant genişliyinə nail olan yüksək sürətli kodlar qurulur.

İşdə çoxlu müxtəlif məlumatların saxlanması ilə çoxlu saxlama qovşaqlarından ibarət paylanmış saxlama sistemlərinin qurulmasında kod dizaynı problemindən bəhs edir. Bu cür sistemlərdə əsas məqsəd uğursuz qovşağın səmərəli təmiridir.

Yenidən yaradılan kodlar və lokalizasiya ilə kodlar bu məqsədə çatmaq üçün ədəbiyyatda bu yaxınlarda təklif edilmiş kodlaşdırma sxemlərinin iki sinfidir. Yenidən yaradılan kodlar qovşaq təmirini həyata keçirmək üçün lazım olan məlumatların endirilməsinin miqdarını minimuma endirməyi hədəfləsə də, lokalizasiyalı kodlar qovşaq təmiri zamanı əldə edilən qovşaqların sayını minimuma endirməyə çalışır.

Ədəbiyyat

1. G.K.Agarwal,B.Sasidharan,andP.VijayKumar,"Analternateconstructionofanaccess-optimalregeneratingcodewithoptimalsub-packetizationlevel,"in Communications , 2015 Twenty First National Conferenceon.IEEE, 2015, pp. 1–6.
2. M. Blaum, J. Brady, J. Bruck, and J. Menon, "An efficient scheme for tolerating double disk failures in RAID architectures,"Computers, IEEE Transactionson, vol. 44, no. 2, p. 192–202, 1995.
3. M. Blaum, J. L. Hafner, and S. Hetzler,"Partial-MDScodes and their applicationto raid type of architectures,"Information Theory, IEEE Transactionson, vol. 59, no. 7, pp. 4510–4519, 2013.

İNTERNET TƏHLÜKƏSIZLIYININ CƏMIYYƏTIN INKIŞAFINA TƏSIRININ ARAŞDIRILMASI

Ülvin Rahil oğlu Əzizov

Bakı Dövlət Universiteti

ulvinzizov@gmail.com

Qloballaşan dünyada internet-medianın yeri və rolu artmaqdadır. İnformasiya-kommunikasiya texnologiyalarının gətirdiyi imkanlar nəticəsində yaranmış internet-medianın tənzimlənməsi problemləri meydana çıxmışdır. Cəmiyyətin informasiya məkanında mövcud olan informasiya mübadiləsi, informasiya istehsalı və istehlakı, yeni sosiumun fərdləri olan insanların düşüncəsini, həyat tərzini, hadisələrə baxışını, onların davranışlarını müəyyənləşdirir. Bu davranış formaları isə informasiya məkanında dövriyyədə olan informasiyanın keyfiyyətindən asılıdır. Ona görə də hər bir dövlətin informasiya məkanı milli maraqlara xidmət etməli və məqsədyönlü şəkildə formalaşdırılmalıdır ki, ona nəzarət etmək və yönləndirmək mümkün olsun. Bu məqsədlə aparılmış media monitorinq səmərəli qərarların qəbul olunmasına imkan verəcəkdir.Qlobal informasiya məkanında çap mediası ilə yanaşı, internet və sosial media da xüsusi çəkiyə malikdir. Sosial medianın, vətəndaş jurnalistikasının isə xəbər əldə etmək və xəbər ötürmək kimi peşəkar öhdəliyi olmadığından burada informasiya xaosu mövcuddur. Belə vəziyyətdə hər bir cəmiyyətdə informasiyanın idarə olunması məsələsi ortaya çıxır [1]. Media sahəsində informasiya təhlükəsizliyinin təmin olunması cəmiyyəti və müasir dövr jurnalistikasını narahat edən problemlərdəndir. İnformasiya təhlükəsizliyi təkcə texnoloji vasitələrlə təmin olunmur, burada insan faktoru da olduqca əhəmiyyətli rol oynayır. İnformasiya təhlükəsizliyinin əsas aspektlərindən biri də televiziya, İnternet və digər kütləvi informasiya vasitələrinin (KİV) təqdim etdiyi informasiyanın obyektivliyi və etibarlığını təmin etməkdir [2]. Media bu vəzifəni qanunvericiliyə zidd olmayan üsullarla informasiyaları toplayıb hazırlamaq və yaymaqla həyata keçirməlidir. KİV cəmiyyətlə dövlət, vətəndaşlarla hakimiyyət strukturları arasında bir növ əlaqələndirici rolunu oynayır. Bu mənada yazılı mətbuat, elektron kütləvi informasiya vasitələri yeni dövrdə, sadəcə informasiya vermək, maarifləndirmək və s. kimi funksiyalarla məhdudlaşmır. Onlar, eyni zamanda ictimai nəzarətçi, tənqidçi və müdafiəçi kimi funksiyaları özündə daşıyırlar. Bundan başqa, media cəmiyyət həyatının müxtəlif sahələrinə aid aktual problemlər, ictimaiyyəti maraqlandıran ayrı-ayrı məsələlər üzrə ictimai müzakirə açmaqla, diskussiyalar təşkil etməklə və müxtəlif rəylər formalaşdırmaqla kommunikativ funksiyanı həyata keçirir [3]. Vətəndaşların qərarların qəbul olunması və reallaşdırılması haqqında məlumatlandırılması üçün aşağıdakıların həlli vacibdir: − KİV-dən kütləvi şüurun bütün istiqamətlərində eyni dərəcədə aktiv fəaliyyət gözləmək lazımdır; −məlumatlandırma hər sosial qrup, ictimai təbəqə, həmçinin onların təsəvvürlərindəki fərqlər, baxışlar, əhval-ruhiyyələr, obyektiv ehtiyacları nəzərə alaraq aparılmalıdır; − cəmiyyət anlayışını sistemli təşkil edilmiş bütövlük kimi başa düşmək lazımdır [4]. Bununla əlaqədar olaraq KİV sahəsində dövlət siyasətinin əsasını bütün mümkün baxışların cəmiyyətə təqdim edilməsi, ümümi maraqlara xidmət edən qərarın qəbulu üçün hərtərəfli müzakirələrin aparılması təşkil etməlidir. Buna görə KİV sahəsində milli siyasət tolerantlıq və bərabərhüquqluluq üzərində qurulmalıdır.

İnternetdə informasiya təhlükəsizliyi problemlərinin əhəmiyyəti onun ümumdünya kommunikasiya şəbəkəsi olmasından irəli gəlir. İnformasiya təhlükəsizliyi, informasiya sistemləri, həmçinin kompüter şəbəkələrinin müxtəlif aspektləri üzrə işlər dünyada artıq kifayət qədər uzun müddətdir aparılır, lakin qlobal kommunikasiya sistemi çox sürətli olduğundan yeni problemlər ortaya çıxır. İnternet-media resurslarının monitorinqinin aparılması media qurumlarına olan kiberhücümlar zamanı aşağıdakıların həllinə imkan verəcək: − hücumu həyata keçirmək imkanının ləğv olunması və bununla zərərin qarşısının alınması; − zərərin azaldılması istiqamətində tədbirlərin görülməsi; − təhlükəyə meyilli resursların sayının azaldılması; − bərpa olunma vaxtının minimuma endirilməsi; − erkən xəbərdarlığın təmin olunması; − hücumdan sonra cinayətkarın aşkar edilməsi [5]. İnformasiya təhlükəsizliyinin təmin olunmasında vətəndaşların informasiyaya azad girişinə imkan verən kütləvi informasiya vasitələri böyük rola malikdir. Bununla əlaqədar olaraq kütləvi informasiya vasitələri sistemi və strukturunun yenidən qurulmasına ehtiyac yaranır. Bu məqsədlə KİV-in monitorinqinin aparılması aşağıdakı müsbət nəticələrin əldə olunmasına şərait yaradacaq: • dövlət, özəl və ictimai KİV-lərin rolu, onların qarşılıqlı təsiri, plüralizmə təhlükələr və informasiya sferasında inhisarçılıq təhlükəsinin qarşısının alınması; • vətəndaşların informasiya və informasiya sahəsinin bütövlüyü təhlükələrinə girişinin təmin edilməsi; • informasiya təhlükəsizliyi təhdidlərinin və onların struktur, texniki, iqtisadi, hüquqi və siyasi aspektlərdə qarşısının alınması yollarının müəyyənləşdirilməsi; • milli təhlükəsizlik, müdafiə, beynəlxalq münasibətlər, ictimai asayiş, cinayətkarlıq və terror aksiyalarının qarşısının alınması, şəxsi həyatın toxunulmazlığı və onların qiymətləndirilməsi meyarlarının müdafiəsi məqsədilə informasiyaya giriş zamanı məhdudiyyətlərin qoyulması; • kütləvi informasiya və kommunikasiya sahəsində milli siyasətin konturlarının müəyyənləşdirilməsi [6]. Öz fəaliyyətinin auditoriya tərəfindən daima yüksək qiymətləndirilməsinə çalışan media qurumları üçün aşağıda qeyd olunan tədbirlərin görülməsi zəruridir: − bütün monitorinq tədbirləri kompleks şəkildə həyata keçirilməli; − monitorinqin digər metodlar ilə uyğunluğu nəzərə alınmalı; − KİV-in azadlığının hüquqi aspektləri qeydə alınmalı; − monitorinq zamanı KİV-in auditoriyasının kritik vəziyyət nöqtələri qeydə alınmalıdır [7]. Dünyanın bir çox ölkəsində informasiya təhlükəsizliyinin monitorinqi problemlərini həll etmək üçün elmi-tədqiqat mərkəzləri və digər qurumlar fəaliyyət göstərir. SanktPeterburq İnformasiya texnologiyaları, Mexanika və Optika Milli Tədqiqat Universitetinin "İnformasiya təhdidlərinin monitorinqi və proqnozlaşdırılması kafedrası"nı buna nümunə kimi göstərmək olar [8]. Azərbaycan Respublikasında isə Xüsusi Dövlət Mühafizə Xidmətinin Xüsusi Rabitə və İnformasiya Təhlükəsizliyi Dövlət Agentliyi və Azərbaycan Respublikasının Rabitə və Yüksək Texnologiyalar Nazirliyi yanında Elektron Təhlükəsizlik Mərkəzi fəaliyyət göstərməkdədir [9].

NƏTİCƏ. Aparılan araşdırmalar bu gün medianın ictimai düşüncəyə və insanların seçiminə birbaşa təsir etdiyini, hazırda bütün dünyada medianın müsbət təsirlərindən yararlanmaq və onları doğru məqsədlər üçün istifadə etməyin vacibliyini sübut edir. Beləliklə, araşdırmanın nəticələrinə əsasən, informasiya təhlükəsizliyinin təmin olunmasında internet-media resurslarının fəaliyyətinin daha səmərəli təşkili məqsədilə aşağıdakı tədbirlərin görülməsi zəruridir: − İnternet-media sektorunda kibertəhlükəsizlik, mövcud və yarana biləcək kibertəhlükələr və onların aradan qaldırılması yolları müəyyən olunmalı; − İnternet media sektorunun gələcəkdə daha da təkmilləşdirilməsi üçün əlaqədar qurumlarla birgə ciddi tədbirlər həyata keçirilməli; − "Kütləvi informasiya vasitələri haqqında" qanuna dəyişikliklər olunmalı, qanunda internet-media anlayışı əlavə olunmalı, eləcə də dünyanın bir sıra ölkələrində olduğu kimi, "İnformasiya təhlükəsizliyi haqqında" qanun qəbul edilməli; − Media dövlətin təhlükəsizliyi, ümummilli məsələləri nəzərə alaraq fəaliyyət göstərməlidir. Xəbər saytlarında informasiya təhlükəsizliyinə əməl olunmaması hallarında onlara xəbərdarlıq, hətta fəaliyyətinin dayandırılması kimi bir çox cəza tədbirləri dünya miqyasında uğurla reallaşdırılır və Azəbaycanda da bu təcrübədən istifadə olunması müsbət nəticələr verə bilər.

Ədəbiyyat

1. Caputo, P. Wolf, S. Borho, “Digital Media. Technology Brief.” University of Guelph, September 2006.
2. SAS Social Media Analytics. http://www.sas.com/software/customerintelligence/social-media-analytics/
3. http://www.xalqqazeti.com/az/news/politics/51953
4. 4.Е.П. Прохоров, “Средства массовой информации и информационная безопасность,” Информационное общество, вып. 4-6, с. 36- 42, 1997.
5. 5.E. E. Schultz, “Continuous monitoring: What it is, why it is needed, and how to use it.” SANS Institute InfoSec Reading Room, 2011, 16 p.
6. 6.Информационная безопасность и деятельность средств массовой информации // http://k-lan.narod.ru/Crypto/gi_p6.htm.
7. 7.Ф.И. Шарков, В.И. Баранова, “Аудитория и мониторинг СМИ.” 2005, 110 стр.
8. 8.http://www.ifmo.ru/viewdepartment/44/kafedra_monitoringa_i_prognoz irovaniya_informacionnyh_ugroz.htm
9. 9.“Azərbaycan Respublikasında informasiya cəmiyyətinin inkişafına dair 2014-2020-ci illər üçün Milli Strategiya”, AR Prezidentinin 2014-cü il 2 aprel tarixli Sərəncamı.

ÇIGER-QROMOL METRIKASINA MALIK KOREPER LAYLANMASINDA SANKI PARAKOMPLEKS STRUKTURLARA DAIR

Habil Dövlət oğlu Fəttayev

Bakı Dövlət Universiteti

h-fattayev@mail.ru

$n-$ölçülü M Riman çoxobrazlısının $F^*(M)$ koreper laylanması nəzərdən keçirilir. Bu laylanmada Çiger-Qromol metrikası H.Fəttayev tərəfindən təyin edilmişdir [1]. ${}^{CG}g$ Çiger-Qromol metrikası $\forall X,Y \in \Im_0^1(M), \forall \omega,\theta \in \Im_1^0(M)$ üçün aşağıdakı invariant şərtləri ödəyir:

$$ {}^{CG}g({}^H X, {}^H Y) = {}^V(g(X,Y)) = g(X,Y)\circ\pi, $$

$$ {}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^H Y) = 0, $$

$$ {}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^{V_\beta}\theta) = 0,\ \alpha \neq \beta, $$

$$ {}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^{V_\alpha}\theta) = \frac{1}{1+r_\alpha^{\ 2}}(g^{-1}(\omega,\theta) + g^{-1}(\omega, X^\alpha)g^{-1}(\theta, X^\alpha)), $$

burada $r_\alpha^{\ 2} = \left|X^\alpha\right|^2 = g^{ij}X_i^\alpha X_j^\alpha$.

$F^*(M)$ koreper laylanmasında ${}^{CG}g$ Çiger-Qromol metrikasına adaptə olunmuş ${}^{CG}F_\beta, \beta = 1,2,\dots,n,$ sanki parakompleks strukturları $\forall X \in \Im_0^1(M), \forall\omega \in \Im_1^0(M)$ üçün aşağıdakı şərtlərin köməyi ilə təyin edilir:

$$^{CG}F_{\beta}{}^{H}X = \sqrt{h_{\beta}}{}^{V_{\beta}}\tilde{X} - \frac{1}{\sqrt{h_{\beta}}+1} X^{\beta}(X)^{V_{\beta}}X^{\beta},$$

$$^{CG}F_{\beta}{}^{V_{\gamma}}\omega = 0,\ \beta \neq \gamma$$

$$^{CG}F_{\beta}{}^{V_{\beta}}\omega = \frac{1}{\sqrt{h_{\beta}}}({}^{H}\tilde{\omega} + \frac{1}{\sqrt{h_{\beta}}+1} g^{-1}(X^{\beta},\omega)^{H}\tilde{X}^{\beta}),$$

burada $h_{\beta} = 1 + r_{\beta}{}^{2}, \tilde{X} = g \circ X, \tilde{\omega} = g^{-1} \circ \omega$ işarə olunmuşdur.

Teorem 1. $(F^{*}(M), {}^{CG}g, {}^{CG}F_{\beta})$ üçlüyü istənilən $\beta = 1,2,\dots,n$ üçün sanki parakompleks Norden çoxobrazlısıdır.

Teorem 2. Hər bir $\beta = 1,2,\dots,n$ üçün ${}^{CG}F_{\beta}$ sanki parakompleks strukturu onda və yalnız onda inteqrallanandır ki, $N_{{}^{CG}F_{\beta}}({}^{H}X, {}^{H}Y) = 0$ bərabərliyi ödənilmiş olsun., burada $N_{{}^{CG}F_{\beta}}$ – Nijenhuis tenzorudur [2,s. 118] və $X, Y \in \Im_{0}^{1}(M)$.

Ədəbiyyat

1. H. Fattayev. On the differential geometry of coframe bundle with Cheeger-Gromoll metric. Int. Electr. Journ. of Geom. **15**(2) (2022), 287-303.
2. K. Yano, S. Ishihara. Tangent and cotangent bundles. Marcel Dekker Inc., N.Y., 1973.

HESABLAMA MAŞINLARINDA MODELLƏŞDİRMƏ

Şəlalə Abdul Əhəd qızı Həmidova, Gülnarə Dadaş qızı Şükürova

Bakı Dövlət Universiteti

selale_hemidova@yahoo.com, shukurova-gulnara@rambler.ru

Tədris prosesində ingilis pedaqoqu Bebidcin devizi vardır: Mən eşitdim və yaddan çıxartdım; Mən gördüm və yadda saxladım; Mən özüm elədim, başa düşdüm. Bebidcinin bu müdrik devizindən görürük ki, şagirdlər model üzərində iş görməklə yadda saxlama qabiliyyətini artırır və real obyektin əsas xarakteristikalarını daha dərindən öyrənə bilir. Kompüter modeli fəal öyrənmə üçün çox güclü vasitədir. Kompüter nadir modelləşdirmə imkanlarına malikdir; kompüterdə yaradılan və "canlandırılan" riyazi modellər (düsturlar, qrafiklər, cədvəllər, diaqramlar və s.) heyrətamiz dərəcədə əyani olub, öyrənilən proses və obyektlərin təhlil və tədqiqi üçün böyük imkanlar açır. Riyazi modelləşdirmənin pedaqoji cəhətdən əsaslandırılmış tətbiq sahələri şagirdlərin zehni qabiliyyətini inkişaf etdirir, tədris materialını başa düşməkdə və mənimsəməkdə didaktik imkanları yaxşılaşdırır və artırır. EHM həmin materialların öyrənilməsinin ənənəvi metodikasını xeyli dəyişdirir. Bu məqsədlə çoxlu modelləşdirici proqpamlar tərtib olunmuşdur. İbtidai siniflərdən başlayaraq müxtəlif oyun proqramları tipində hazırlanan modelləşdirici proqramlar vasitəsilə şagirdlərin düşünmə fəaliyyətini xeyli dərəcədə gücləndirmək mümkündür. Buna "Avtomobillə səyahət", "Kosmik səyahət", "Tanklar", "Turist" və

s. proqramlar misal göstərilə bilər. İndi çoxlu miqdarda belə proqram paketləri hazırlanmışdır. Klaviaturanı adi televizora qoşub, həmin diski klaviaturaya keçirməklə ekranda müxtəlif oyunların nümayişi proqramlarının icrasını yerinə yetirmək olur. Bu dinamik proqramlarda proqramdan istifadə etmək qaydaları da yazılır. Proqpam işə salınan kimi oyun qaydalarının izah edilib edilməməsinə dair sual ekrana çıxır, hə və yox cavabları ilə izah proqramı işə düşür, oyun qaydası və məqsəd aydınlaşdırlar. Bu proqramlar öyrətmə məqsədini daşıyır. İnkişaf etmiş bir sıra ölkələrdə tədris üçün hava hücumundan müdafiə, təyyarələrin idarə edilmə rabitə sistemi, sistemlərin sınağı, şəhərlərarası beynəlxalq yük daşımaları idman oyunlarının, bank əməliyyatının və başqa məsələlərin modelləşdirici proqpamları ilə şagirdlərə xalq təsərrüfatının bütün sahələrinə dair elmi və praktik biliklər verilir. Pedaqoji problemlərin araşdırmalarında EHM modelləşdirici proqramlardan geniş istifadə edilir. Maşın tə'limində biliklərin hesaba alınması, müstəqil işlərin uçotu, imtahan və zaçotların hesaba alınması və s. məsələlər üçün modellərdən istifadə edilir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, hesablama maşınları və proqramlaşdırma modellərin qurulması və sistemlərin xarakteristikalarınm öyrənilməsi üçün çox güclü vasitədir. Hesablama maşınları öz-özlüyündə tədqiqat üçün, istənilən məsələnin modelləşdirmə üsulu ilə öyrənilməsi üçün alətdir.

Modelləşdirmədən istifadə edən istənilən tədqiqatçı rəqəmi hesablayıcı maşınlar və proqramlaşdırma haqqında aydın təsəvvürə malik olmalıdır. Verilənlərin avtomatik təhlili hesablama maşınları və proqramlaşdırmanı əhatə edən ümumiləşdirilmiş anlayışdır. "Proqram tə'minatı" və "aparat təminatı” avtomatlaşdırılmış sistemin iki mühüm tərəfini əhatə edən anlayışlardır. Proqram təminatını işçi proqramları, sistem proqramları, komrilyator və digər proqramlar külliyyatı, aparat təminatına isə hesablama maşınları və xarici qurğular daxildir.

Riyazi model qurulduqdan sonra hansı hesablama aparatlarının seçilməsi məsələsinə keçirik. Maşın modelləşdirilməsində əsas faktor nəticənin sürətlə alınmasından ibarətdir. Proqramlaşdırmaya dair bütün məsələlər vaxt bölgüsündə aparılmalıdır. Bütün EHM-lərdə ünvanlaşdırma aparmaq, informasiyaları saxlamaq, hesabi və məntiqi hesablamaları aparmaq üçün ikilik-səkkizlik say sistemlərindən istifadə edilir. X-XI siniflərdə bu keçidi icra edən proqramı verməklə istənilən ədədin 10-luqdan ikiliyə, 8-liyə, 16-lığa keçidi nümayiş etdirmək olar. Məktəb üçün hazırda proqramlaşdırma dili Beyzik dili seçilmişdir. Beyzik dilində bu keçidi təmin etmək üçün standart BIN(N), OCT(N), NEX(N) funksiyaları vardır.

Məsələn, "17"

BIN(17), OCT(17), NEX(17) çap etsək onluq say sistemində verilmiş 17 ədədi ikilikdə 10001, 8-likdə 21, 16-da 11 kimi çap olunacaqdır. Deməli, bu funksiyalar modelləşdirici proqramlardır.

Proqramlaşdırmanın məntiqi sxemi

şəklindədir. Giriş İdarə Yaddaş Hesabi

Proqramlaşdırma blok sxem dilində yazılmış modelin maşın əmrləri ilə yazılmış model şəklində yazılışıdır. Burada xətti, budaqlanan və dövrü alqoritmlərin maşın əmrləri ilə modelləşdirilməsi icra olunur. Demək olar ki, hər bir proqram məntiqi əməliyyatlarla bağlı olur. Xüsusi ilə tətbiqi məsələlərin həllində EHM-in daimi yaddaşında standart alt proqramlardan geniş istifadə olunur. Bu standart alt proqramlardan istifadə edərək bu və ya başqa ixtisas sahəsində işləyən istifadəçilər öz məsələlərinin modelləşdirilməsini icra edirlər. Hazırkı dövrdə müxtəlif yüksək səviyyəli proqramlaşdırma dilləri düzəldilmişdir. EHM vasitəsilə sadə hesabi əməllər, sadə alternativ qərarların qəbul edilməsi, informasiyaların saxlanılması, proqram əməliyyatların ardıcıl icra edilməsi kimi dörd əməliyyat icra olunur. Modelləşdirməyə dair istənilən məsələni proqramlaşdırmaq olar. EHM də: bu dörd əməliyyatla proqramlaşdırmaq olar. EHM-də:

- sadə hesablama əməliyyatı;
- trigonometrik funksiyaların hesablanması;
- loqarifmik funksiyanın və qüvvət funksiyasının hesablanması;
- hiperbolik funksiyaların hesablanması;
- cəbri funksiyaların hesablanması;
- matrislər üzərində əməliyyatın icrası:
- ədədi diferensiallama və inteqrallama əməliyyatı;
- diferensial tənliyin ədədi həllinin tapılması;
- xətti və dinamik proqramlaşdırma məsələsi;
- ədədi çevirmələr;
- ədədlər üzərində əməllər;
- funksiyaların ekstremumunun hesablanması;
- vektorlar üzərində əməllər;
- sadə ədədlərin tapılması;
- bir say sistemindən digər say sisteminə keçidin təmin edilməsi;
- ehtimal xarakteristikaların hesablanması;
- məntiqi əməliyyatların icrası;
- çoxluqlar üzərində əməliyyatların aparılması;
- qrafik informasiyaların işlənməsi və s.

məsələlər həll edilir. Bu məsələlərin hər birisinin həlli proqramlaşdırma tələb edir. Proqramlaşdırmanın metodikası da tez-tez dəyişir, EHM-lərin proqram tə'minatı zənginləşir. Proqramlaşdırmaya nə qədər çox vaxt sərf olunursa, proqramın qiyməti o qədər artır. Proqramın işlənməsi və hazırlanması sərbəst məsələlərdir.

Maşın modelləşdirməsinin əsas məsələlərindən biri modelin adekvatlıq qiymətidir. Modelin adekvatlığı ölçmə ilə müəyyənləşdirilir, məntiqi və riyazi hesablamaları icra edən elementlər real sistemə uyğun olmalıdır. Hesablama maşınları vasitəsi ilə modelləşdirmə çox mürəkkəb sistemlərin analizi və hesabatı üçün faydalı üsuldur, hesablamalarda ehtimal xarakteristikalar iştirak edir: sistemin etibarlılığı nəzərdə tutulan vaxt ərzində sistemin işləməsi; sistemin effektivliyi və s. məsələləri standart analitik və ya ədədi üsullarla həll etmək mümkün olmadıqda funksional tənliklərin həllindən imtina etmək və məsələni Monte-Karlo üsulu ilə həll etmək lazım gəlir. Bu üsulla müəyyən inteqralların hesablanması, inteqro-diferensial tənliklərin, tənliklər sisteminin həll edilməsi, hərbi və sənaye əhəmiyyətli mürəkkəb sistemlərin təhlil edilməsi məsələləri həll edilir, burada etibarlılıq və effektivliyə dair verilənlər empirik funksiyalarla ifadə edir. Bu riyazi təsvirdən modelin doğruluğu çox asılıdır. Detallaşdırma aparmaqla, yəni yeni-yeni infopmasiyaları nəzərə almaqla real modelə yaxınlaşmaq olar. Bu detallaşdırmada iterasiya üsulundan istifadə edilir. Bu metodla əvvəlcə model layihələşdirilir və bu mərhələ birinci tərtib mürəkkəblik adlanır, sınaqlar aparmaqla bu modelin tətbiqi layihələşdirilir, ikinci tərtib mürəkkəblik qurulur. İkinci model məsələnin həlli üçün tətbiq edilir və bu proses o vaxtadək təkrar olunur ki, qoyulmuş məsələ üçün adekvat model alınsın.

Modelin mahiyyətini aydınlaşdırmaq üçün birinci mərhələ məsələnin dəqiq və aydın qoyuluşu, onun həlli prosedurasının təsviri və həllin qrafikinin verilməsidir. Burada məsələnin məqsədyönlü olması və onun həllinin zəruri olması aydınlaşdırıldıqdan sonra məsələnin həlli, onun bir neçə alt məsələlərə bölünməsi və hər birisinin həlli yolunun tapılması araşdırılır.

Modelləşdirmənin bütün mərhələlərində qurulmuş modelin analizi aparılmalıdır, qoyulmuş şərtlərin model üçün kifayət olub-olmaması öyrənilməlidir. Riyazi model üçün sistemin parametlərini (kinematik, dinamik, statistik), köməkçi parametrlərin (kinematik, statistik, ta'sir edici), giriş və çıxış parametrlərini təyin etmək lazımdır və bu parametrlərin hər birisinin məsələnin həllinə təsiri yoxlanılmalıdır.

Real proseslərin aproksimasiya modelləşdirilməsində müəyyən (determinik), ehtimal və optimallaşdırılmış modellər ola bilər. Determinik modelləşdirmədə verilənlər daxil edilir və onlardan asılı funksiyalar hesablanılır. Məktəb riyaziyyatında məsələlərin həlli prosesi bu modelləşdirmədən ibarətdir.

Ədəbiyyat

3. Məmmədov Ə.M., Əfəndiyeva O.A., Həmidova Ş.A. Məktəb riyaziyyatının modelləşdirmə üsulu ilə təlimi. Bakı: SDU, 2001, 128 s.

MODELLƏŞDİRMƏNİN MAHİYYƏTİ VƏ TƏSNİFATI

Şəlalə Abdul Əhəd qızı Həmidova

Bakı Dövlət Universiteti

selale_hemidova@yahoo.com

Modelləşdirmə üsulunun tarixi çoxqədimdir. Lakin bu üsul kibernetika elminin yaranmasından sonra daha ciddi əhəmiyyət kəsb etmişdir. Zəmanəmizdə elektronika və kibernetikanın inkişafı ilə əlaqədar olaraq inqilabi çevrilişə məruz qalan bu metodun elmin ən müxtəlif sahələrində intensiv tətbiq olunması, bir tərəfdən elmi idrakın müasir səviyyəsinin xüsusiyyətləri ilə, digər tərəfdən tədqiqat metodu olmaq etibarı ilə bağlıdır. Hazırda modelləşdirmə nəzəriyyəsi elmi yaranmışdır və öz tərkibinə çoxlu elm sahələrini daxil etmişdir.

Elmi idrak metodu olmaq etibarı ilə modelləşdirmə insanın cism və hadisələrin oxşar xassə və əlamətlərini mücərrədləşdirmək və onların arasındakı münasibətləri tapmaqdan ibarətdir. Bu üsulun köməyi ilə bir prosesi öyrənməklə analoji olaraq tədqiqi bilavasitə çətin olan başqa bir prosesin xarakteri və mahiyyəti haqqında mülahizə yürüdülür.

İnsan özünə daha münasib formadan istifadə edərək real aləmin sadə başa düşülən formasını düzəldir. Məhz rəssamlar, şairlər, filosoflar, təbiətşünaslar və riyaziyyatçılar bu üsuldan istifadə edirlər. Onlardan hər biri elmin özünə məxsus formasını yaradaraq orada fəaliyyət göstərir.

Burada zehni mücərrədləşdirmə aparılarkən müşahidə olunanların təsvirində yüksək səviyyədə dəqiqlik tələb olunur. Şair, yazıçı, rəssam həqiqəti keyfiyyətə görə, təbiətşünaslar və riyaziyyatçılar isə kəmiyyət formalarına görə təsvir edirlər. Əslində Model sözü latınca “modus” sözündən ibarətdir ki, bu “ölçü” deməkdir.

Kibernetikaya xas olan xüsusiyyət onun analogiya və riyazi metoddan daha çox istifadə etməsidir. Belə ki, kibernetika idarəetmə qurğularının qanunlarını kəmiyyət cəhətdən öyrənir. Müxtəlif təbiətli sistemlərdəki idarəetmənin kibernetika tərəfindən öyrənilməsi izomorfizm qanununa əsaslanır. A və B çoxluqları o zaman izomorf adlanır ki,

1) onların elementləri arasında qarşılıqlı bir qiymətli uyğunluq olsun;

2) hər hansı (α) əməliyyatına nəzərən $a_1, a_2 \in B;\ b_1, b_2 \in B$ üçün $a_1 \longleftrightarrow b_1$, $a_2 \longleftrightarrow b_2$ olduqda $a_1(\alpha)b_1 \longleftrightarrow a_2(\alpha)b_2$ olsun.

Fotosu çəkilən obyektin neqativi və hazır fotoşəkili izomorfdur. Əgər A və B çoxluqlarının heç olmazsa bir hissəsi qarşı-qarşıya qoyulursa və bu qarşıqoyma birqiymətli deyilsə heç olmazsa qarşıqoyma bir istiqamətdə birqiymətlidirsə və yuxarıdakı əməliyyat doğrudursa, onda A ilə B homomorfizm adlanır. Yer kürəsinin səthi ilə bu səthin xəritəsi homomorfdur, çünki yer kürəsinin bütün məxsusiyyətlərinin xəritədə göstərmək olmaz. Məhz izomorfizm hər hansı obyektin onun modeli ilə əvəz edilməsinə imkan yaradır.

Modelin formal tərifinin homomorfizm və izomorfizm vasitəsi ilə vermək olar:

İki A və B obyektlərindən biri o birisinin o zaman modelidir ki, A-nın hər hansı A'-i, B-nin B'-nə homomorf və A' ilə B' isə izomorf olsun.

Model nəzəriyyənin informasiya-sintaksis tərəfini öyrənmək üçün vasitədir. Modelləşdirmə dərk etmənin metodlarından biridir. N.A.Bernçteyn yazır ki, dünyanın beyin inikası model tipində qurulur. Bu izomorfluq xassələrinə görə izah edilir.

Tədrisdə də izomorfizmdən tez-tez istifadə edilir: vektorların skalyar hasili və onların perpendikulyarlığı izomorfdur. $a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = \varnothing$, burada $a \perp b$ münasibəti $a \cdot b = \varnothing$ münasibətinə çevrilir. Həndəsi çevirmələr və ədədi funksiya iki çoxluqdan birinin digərinə inikası anlayışının iki modelidir, yəni həndəsi çevirmələrəfunksiya kimi baxmaq olar. Müstəvi üzərində həndəsi çevirmələr (hərəkət və homotetiya) F fiquru ilə onun obrazı F' fiquru arasında qarşılıqlı birqiymətli uyğunluqdur. Məktəb həndəsə kursunda bu çevirmələrə müəyyən yer verilir.

Kibernetikanın əsas tədqiqat metodu modelləşdirmə metodudur ki, burada model əsasən nümunə obraz kimi başa düşülür. Modelləşdirməyə müxtəlif mənada yanaşmalar vardır. Modellərin yaradılması prosesi modelləşdirmə adlanır. Modelləşdirmə obyektlərin, proseslərin və s. öyrənilməsi üçün elmi tədqiqat üsuludur. Modelləşdirmə də model üzərində sınaqların, hesabatların, müşahidələrin, məntiqi təhlilin və s. Aparılması ilə real obyektdə baş verən hadisələrin mahiyyəti açılır. Model vasitəsilə elə biliklər qazanmaq, elə fərziyyə və mülahizələr quraşdırmaq olur ki, bunların öyrənilən obyektin bilavasitə tədqiqi vasitəsi ilə əldə edilməsi ya xeyli çətin, ya da ümumiyyətlə, heç mümkün olmur. Model elmi idrak vasitəsi olub, obyektin bilavasitə dərk olunmasının universal metodu olmaq etibarı ilə modelləşdirmədən ayrılmazdır. İdrak obyektini hasil edən və ya əks etdirən model maddi və ya ideal sistem olub onunla obyektiv uyğunluq münasibətində olur.

Modelləşdirmədə oxşarlıq üsulundan istifadə edilir. Oxşarlıq obyektin və modelin müqayisə edilməsinə imkan yaradır [1].

Modelləşdirmənin əsas mərhələləri aşağıdakılardan ibarətdir:

1) modelləşdirməyə aid zərurətin meydana çıxması;
2) modelləşdirmənin nəzəri cəhətdən hazırlanması;
3) modelin hazırlanması və ya seçilməsi;
4) modelin öyrənilməsi;
5) biliyin modeldən obyektə köçürülməsi;
6) yeni biliyin yoxlanılması və təsdiq olunması;
7) yeni biliyin elmi nəzəriyyə sisteminə daxil edilməsi.

Təbiət elmlərində tədqiqat, izahat, nümayiş üsulu kimi istifadə olunan modelləşdirmənin tətbiqi bir sıra variantlarda məlumdur. Model kimi istifadə olunan obyekt məzmun və kəmiyyət xarakteristikalarına görə orijinaldan fərqli ola bilər. Məsələn, yayın və ya rəqqasın mexaniki rəqslərini elektrik rəqsləri ilə və tərsinə modelləşdirmək olar.

Canlı və cansız orqanizmlərdə idarəetməni öyrənən kibernetika elminin meydana çıxması xüsusi halların idarə edilməsindən idarəetmənin mücərrəd modelinə keçid edildi və bu modelə yeni anlayışlar daxil edildi, bu anlayışlar informasiya nəzəriyyəsi, alqoritmlər, qərarın qəbul edilməsi və başqalarıdır. Belə modellərin realızasiyasında müasir hesablama maşınlarından istifadə edilir.

Məktəb riyaziyyatında material modelləşdirilməsindən həmişə istifadə olunmuşdur. Şüşə materialından stereometrik modellərin nümunə göstərilə bilər. Bu tip konstruksiyalar vasitəsilə biz əyani olaraq şagirdlərə məsələdə qoyulan şərtləri və axtarılanları nümayiş etdiririk.

Modelləşdirmə üsulunu dərk etmək, tətbiq olunduğu sahələri və imkanlarını öyrənmək üçün onun təsnifatını bilmək zəruridir. Müxtəlif əlamətlərə görə təsnifata ayırma aparıla bilər. Modelləri material, mücərrəd, mühakimə və analogiya kimi üç tipə ayırırlar. Bir qrup xarici mütəxəsislərə görə modelləşdirmənin təsnifatında əlamət göstəriciləri həndəsi oxşarlıq, analogiya və simvollar götürülməlidir. Bu əlamətlərə görə modelləşdirməni təsviri modellərə, analoq modellərinə, simvolik yaxud riyazi modellərə ayırırlar. Modelləşdirməyə dair yazılmış məqalələrdə modelləri aşağıdakı kimi təsnifata bölürlər:

1) növ əlamətinə görə - material, ideal, əşya, simvolik;
2) ifadəyə görə - mexaniki, məntiqi və riyazi;
3) tədqiqat predmetinə görə - fiziki, kimyəvi, texniki, fizioloji, tibbi v s.;
4) təbiətinə görə - sosial, iqtisadi. Bioloji, psixoloji, molekulyar, kvant v b.;
5) tədqiqat məsələlərinə görə - evristik, proqnostik;
6) dəqiqlik dərəcəsinə görə - dəqiq, təqribi, yəgin, ehtimallı;
7) həcminə görə - tam və natamam;
8) ifadə üsullarına görə - nişanlama, həqiqi, qrafik (həndəsi);
9) inikas xassələrinə görə - funksional, informasiya, sistem.

Məktəb riyaziyyatında əşya, riyazi, həndəsi dəqiq, təqribi, funksional, informasiya modelləşdirməsindən daha çox istifadə edilir.

Ədəbiyyat

1. Məmmədov Ə.M., Əfəndiyeva O.A., Həmidova Ş.A. Məktəb riyaziyyatının modelləşdirmə üsulu ilə təlimi. Bakı: SDU, 2001, 128 s.

ÜÇDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYANIN ÜMUMİLƏŞMİŞ RİDGE FUNKSİYALARININ CƏMİ İLƏ TƏSVİRİ

Fidan Müşviq qızı İsgəndərli

Bakı Dövlət Universiteti
fidanisgandarli100@gmail.com

$F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}^1 \cdot \mathbf{x}, \ldots, \mathbf{a}^d \cdot \mathbf{x})$ şəklində göstərilə bilən $F: R^n \to R$ çoxdəyişənli funksiyasına ümumiləşmiş ridge funksiyası deyilir, burada $\mathbf{a}^i \in R^n, i = \overline{1,d}$,$1 \le d < n$ xətti asılı olmayan vektorlar, f isə R^d fəzasında həqiqi qiymətli funksıyadır.

Tərif. Fərz edək ki, $\{\mathbf{a}^1, \ldots, \mathbf{a}^d\}$ və $\{\mathbf{b}^1, \ldots, \mathbf{b}^d\}$, $1 \le d < n$ R^n-dəxətti asılı olmayan vektorlar sistemidir. Əgər $span\{\mathbf{a}^1, \ldots, \mathbf{a}^d\} = span\{\mathbf{b}^1, \ldots, \mathbf{b}^d\}$ olarsa, onda bu vektorlar sisteminə ekvivalent vektorlar sistemi deyilir. Əgər $span\{\mathbf{a}^1, \ldots, \mathbf{a}^d\} \ne span\{\mathbf{b}^1, \ldots, \mathbf{b}^d\}$ olarsa, onda buna ekvivalent olmayan vektorlar sistemi deyilir.

Aydındır ki, əgər $\{\mathbf{a}^1, \ldots, \mathbf{a}^d\}$ və $\{\mathbf{b}^1, \ldots, \mathbf{b}^d\}$ sistemləri ekvivalentdirlərsə, onda $F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}^1 \cdot \mathbf{x}, \ldots, \mathbf{a}^d \cdot \mathbf{x})$ şəklində olan ixtiyari ümumiləşmiş ridge funksiyası həm də $F(\mathbf{x}) = g(\mathbf{b}^1 \cdot \mathbf{x}, \ldots, \mathbf{b}^d \cdot \mathbf{x})$ şəklindədir.

Fərz edək ki, $F: R^n \to R$ çoxdəyişənli funksiyası və R^n -də ekvivalent olmayan $\{\mathbf{a}^{(1),1}, \ldots, \mathbf{a}^{(1),d}\}, \ldots, \{\mathbf{a}^{(m),1}, \ldots, \mathbf{a}^{(m),d}\}$ vektor sistemləri verilmişdir. Aşağıdakı məsələyə baxaq:

Fərz edək ki, $F \in C^{(s)}(R^n)$ funksiyası

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{m} f_k\left(\mathbf{a}^{(k),1} \cdot \mathbf{x}, \ldots, \mathbf{a}^{(k),d} \cdot \mathbf{x}\right)$$

ayrılışına malikdir.

Aşağıdakı məsələyə baxaq: elə $g_k \in C^{(s)}(R^d)$, $k = \overline{1,m}$ funksiyaları tapmaq mümkündürmü ki,

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{m} g_k\left(\mathbf{a}^{(k),1} \cdot \mathbf{x}, \ldots, \mathbf{a}^{(k),d} \cdot \mathbf{x}\right)$$

bərabərliyi ödənilsin. [1]. Bu məsələnin qismən həlli [1] məqaləsində verilmişdir.

Teorem 1 [1]. Fərz edək ki,

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{m} f_k\left(\mathbf{a}^k \cdot \mathbf{x}\right) \tag{1}$$

şəklində göstərilə bilən $F \in C\left(R^n\right)$ funksiyası verilmişdir, burada $\mathbf{a}^1,\ldots,\mathbf{a}^m$ R^d -də cüt-cüt xətti asılı olmayan vektorlar, $f_1,\ldots,f_m$ ixtiyari birdəyişənli funksiyalardır. Onda elə $g_k : R \to R$, $k=\overline{1,m}$ kəsilməz funksiyları və dərəcəsi $m-1$ ədədinin aşmayan elə $P(x)$ çoxhədlisi var ki,

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{m} g_k\left(\mathbf{a}^k \cdot \mathbf{x}\right) + P(\mathbf{x}) \tag{2}$$

bərabərliyi ödənilir..

Nəticə 1. Fərz edək ki, $F \in C^{(s)}\left(R^n\right)$ funksikyası (1) şəklində göstərilə bilir. Onda elə $g_k \in C^{(s)}(R)$, $k=\overline{1,m}$ funksiyaları və dərəcəsi $m-1$ədədini aşmayan elə $P(x)$ çoxhədlisi var ki, (2) bərabərliyi ödənilir.

Biz isə yuxarıda qeyd olunan məsələnin ümumiləşmiş ridge funksiyaları üçün $n=3$, $d=2$ halındahəllini vermişik.

Teorem 3. Fərz edək ki, $F \in C^{(m)}\left(R^3\right)$ funksikyası

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{m} f_k\left(\mathbf{a}^k \cdot \mathbf{x}, \mathbf{b}^k \cdot \mathbf{x}\right), \mathbf{x} \in R^3$$

şəklində göstərilə bilir. Onda elə $g_k \in C^{(1)}\left(R^2\right)$, $k=\overline{1,m}$ funksiyaları var ki,

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{m} g_k\left(\mathbf{a}^k \cdot \mathbf{x}, \mathbf{b}^k \cdot \mathbf{x}\right), \ \mathbf{x} \in R^3$$

bərabərliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Aliev RA, Ismailov VE. A representation problem for smooth sums of ridge functions. J Approx Theory **2020**, v. 257, no. 105448, 13 pp.

İKİ SƏPİLƏN DALĞA HALINDA ADİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR SISTEMİ ÜÇÜN YARIMOXDA TƏRS SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN YEGANƏLİYİ

Nizaməddin Şirin oğlu İsgəndərov, Etibar Məhəmməd oğlu Əhmədov

Bakı Dövlət Universiteti

nizaməddin_isgenderov@mail.ru, etibar_aze@mail.ru

Yarımoxda $x \geq 0$

$$-i\frac{dy_k(x)}{dx} + \sum_{j=1}^{n} c_{kj}(x) y_j(x) = \lambda \xi_k y_k(x), k=\overline{1,n}, \tag{1}$$

tənliklər sisteminə baxaq. Burada
$\xi_1 > \ldots. > \xi_{n-2} > 0 > \xi_{n-1} > \xi_n$, $c_{kj}(x)$ −əmsalları isə

$$\left|c_{kj}(x)\right| \leq ce^{-\varepsilon x}, \ c>0, \ \varepsilon>0, \ \ k, j=\overline{1,n} \tag{2}$$

şərtlərini ödəyirlər.

$n-2$ sayda səpilmə məsələsinə birlikdə baxılır. $k-$ ci məsələdə

$$y_j^k(x,y) = A_j e^{i\lambda\xi_k x} + o(1),\ \ x \to +\infty, \quad j = \overline{1, n-2}, \tag{3}$$

$$y_n^k(0,\lambda) = y_k^k(0,\lambda), \tag{4}$$

$$y_{n-1}^k(0,\lambda) = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{n-2} y_j^k(0,\lambda),\ k = \overline{1, n-2} \tag{5}$$

sərhəd şərtlərini ödəyən $y^k(x,\lambda) = \{y_1^k(x,\lambda),\dots, y_n^k(x,\lambda)\}$ həlli axtarılır.

Teorem 1. Tutaq ki, (1) sisteminin əmsalları (2) şərtini ödəyirlər. Onda səpilmə məsələsinin məhdud funksiyalar sinfində, yeganə həlli var və

$$y_j^k(x,\lambda) = B_j^k e^{i\lambda\xi_k x} + 0(1),\ x \to +\infty,\ j = \overline{n-1, n-2} \tag{6}$$

doğrudur.
Onda

$$S^k(\lambda); \begin{pmatrix} A_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ A_{n-2} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} B_{n-1}^k \\ B_{n-2}^k \end{pmatrix},\ S(\lambda) = \left(S_{(\lambda)}^1,\dots, S_{(x)}^{n-2}\right),$$

düzbucaqlı matrisi təyin oluna bilir, ona yarımoxda səpilmə matrisi deyilir.

Həllin $\lambda_n -$ sayda inteqral göstərilişləri yazılır və onların köməyi ilə $S(\lambda)$ matrisinin xassələri öyrənilir.

(1) sistemi üçün tərs məsələ dedikdə, $S(\lambda)$ matrisinə və məsələnin sıfırlarına görə sistemin əmsallarının tapılması başa düşülür.

Teorem 2. Tutaq ki, (1) sisteminin əmsalları (2) şərtini ödəyirlər və məsəlının sıfırları (singulyar spektr) yoxdur. Onda tərs səpilmə məsələsinin həlli yeganədir.

Məsələnin həlli Riman məsələsinin öyrənilməsinə gətirilir [1].

Ədəbiyyat

1. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980, 320 с.

XARAKTERİSTİK DƏYİŞƏNLƏRLƏ HİPERBOLİK TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜÇÜN SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ

Gülnar Nizaməddin qızı İsgəndərova, Səbinə Rövşən qızı Əsədzadə
Bakı Dövlət Universiteti
gulnar_bsu@list.ru, sabinaasadzada13@gmail.com

Xarakteristik dəyişənlərdə Dirak sistemi ikiölçülü halda aşağıdakı kimidir:

$$\frac{\partial u_1(x,y)}{\partial x}+c_1(x,y)u_2(x,y)=0,$$
$$\frac{\partial u_2(x,y)}{\partial y}+c_2(x,y)u_1(x,y)=0, \tag{1}$$

burada $u_1(x,y), u_2(x,y)$ - axtarılan funksiyalar, $c_1(x,y)$, $c_2(x,y)$ isə sistemin əmsallarıdır.

Fərz olunur ki, sistemin əmsalları kompleksqiymətli, x və $y-$ə görə kvadratı ilə cəmlənən funksiyalardır, yəni

$$\iint |c_i(x,y)|^2 dxdy < +\infty, \quad i=1,2 \tag{2}$$

$u(x,y)=\{u_1(x,y), u_2(x,y)\}$ funksiyasına (1) sisteminin mümkün həlli o zaman deyilir ki, $u_1(x,y)$ və $u_2(x,y)$ ölçülən və

$$\|u\|_E = \max\left\{ \underset{x}{Vrai\sup}\left\{\int |u_1(x,y)|^2 dy\right\}^{\frac{1}{2}}, \underset{y}{Vrai\sup}\left\{\int |u_2(x,y)|^2 dx\right\}^{\frac{1}{2}} \right\} \tag{3}$$

kəmiyyəti sonlu olsun.

Göstərmək olur ki, yeganə $a_1(y), a_2(x), b_1(y), b_2(x) \in L_2$ funksiyaları vardır ki, L_2 -də

$$u_1(x,y)=a_1(y)+o(1), \quad x \to -\infty, \tag{4}$$
$$u_2(x,y)=a_2(x)+o(1), \quad y \to -\infty, \tag{5}$$
$$u_1(x,y)=b_1(y)+o(1), \quad x \to +\infty, \tag{6}$$
$$u_2(x,y)=b_2(x)+o(1), \quad y \to +\infty. \tag{7}$$

asimptotikası doğrudur.

Onda səpilmə məsələsini belə şərh etmək olar.

Verilmiş $a=(a_1,a_2)\in L_2(-\infty,+\infty)$ vektor-funksyası üçün (1) sisteminin elə həllini tapmaq tələb olunur ki, (4)-(5) şərtləri ödənilsin.

Teorem. Tutaq ki, (1) sisteminin əmsalları (2) şərtlərini ödəyirlər. Onda ixtiyarı $a_1, a_2 \in L_2$ üçün səpilmə məsələsinin həlli var və yeganədir.

Qeyd edək ki,qeyri-stasionar Dirak sistemi [1]-də öyrənilmişdir.

Bu teoremə görə ixtiyarı verilmiş $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in L_2(E)-$yə yeganə $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \in L_2(E)$ qarşı qoyulur $(E=(-\infty,+\infty))$:

$$S\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

S səpilmə operatoru adlanır.

Ədəbiyyat

1. Нижник Л.П. Обратная нестационарная задача рассеяния.- Киев: Наук.думка, 1973, 182 с.

VEB SAYTLARIN HAZIRLANMASINDA VEB TEXNOLOGİYALARIN KLİYENT (FRONTEND) PROQRAMLARININ TƏDQİQİ VƏ TƏHLİLİ

Elşən Niyaməddin oğlu İsmayılov

Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi
elsenismayilov0057@gmail.com

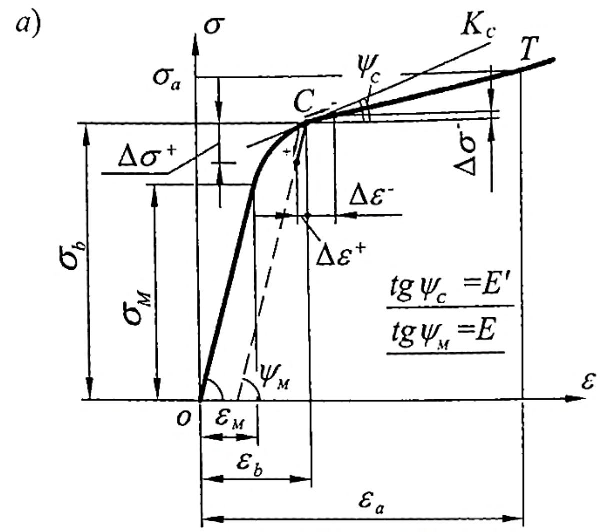
İnternetin yayılması ilə veb saytların və tətbiqlərin istifadəçi təcrübəsinin əhəmiyyəti artdı. getdikcə daha çox əhəmiyyət kəsb edir. İstifadəçilər vebsayta və ya proqrama ilk dəfə daxil olduqda qarşılaşdıqları interfeyslə qarşılıqlı əlaqədə olurlar. Bu nöqtədə, veb-saytın istifadəçilərlə ilk əlaqəsini yaratmaq və bu əlaqəni ən yaxşı şəkildə təqdim etmək üçün frontend proqramlaşdırma mühüm rol oynayır.

Front Development nədir? - Frontend development vebsayt və ya proqramın istifadəçi interfeysinin yaradılması və təkmilləşdirilməsi prosesidir. - Bu prosesdə HTML, CSS və JavaScript kimi texnologiyalardan istifadə edilməklə veb səhifələrin strukturu, üslubu və qarşılıqlı əlaqəsi müəyyən edilir. HTML, CSS və JavaScript.

Frontend Technologies - HTML (HyperText Markup Language) veb səhifənin struktur komponentlərini müəyyən etmək üçün istifadə olunur. - CSS (Cascading Style Sheets) HTML məzmununa üslub və görünüş əlavə etmək üçün istifadə olunur. - JavaScript veb səhifələrə dinamizm və interaktivlik əlavə etmək üçün istifadə edilən proqramlaşdırma dilidir. User Experience Design - İstifadəçi təcrübəsi (UX) dizaynı istifadəçilərin veb-sayt və ya proqramda qarşılıqlı əlaqəsini optimallaşdırmaq üçün istifadə olunur. - Fərqli cihazlar və ekran ölçüləri arasında ardıcıl təcrübə təmin etmək üçün həssas dizayn prinsipləri vacibdir. Frontend Frameworks və Libraries - Frontend development üçün istifadə edilən müxtəlif çərçivələr və kitabxanalar inkişaf prosesini sürətləndirə və kodun keyfiyyətini yaxşılaşdıra bilər. - Nümunələrə React, Angular, Vue.js və Bootstrap kimi alətlər daxildir[1].

HTML (HyperText Markup Language) veb səhifələrin struktur komponentlərini müəyyən etmək üçün istifadə olunan işarələmə dilidir. O, veb-brauzer tərəfindən oxunaraq və şərh edilərək veb səhifənin vizual məzmununu yaradır. HTML mətn, şəkillər, keçidlər, cədvəllər, formalar və digər media elementləri kimi müxtəlif komponentləri təşkil edir edir. HTML etiket adlanan xüsusi işarələrdən istifadə edərək xüsusi elementləri müəyyən edir. Hər bir teq açılış (<tag>) və bağlanma (</tag>) işarələrindən ibarətdir. Məsələn, başlıq teqi "<h1>" ilə başlayır və "</h1>" ilə bitir. HTML sənədi "doctype" bəyanı ilə başlayır və "<html>" teqi ilə əhatə olunmuş kök elementi ehtiva edir. Bu kök elementin içərisində "<head>" və "<body>" elementləri var. "<head>" bölməsi veb səhifənin metadatasını, başlıq və üslub məlumatı kimi məlumatları ehtiva etdiyi halda, "<body>" bölməsi səhifənin görünən məzmununu yaradır[2].

CSS (Cascading Style Sheets) veb səhifələrin vizual görünüşünü idarə etmək üçün istifadə olunan üslub dilidir. Onun HTML və digər işarələmə dilləri ilə birlikdə istifadəsi veb səhifələrin rəngləri, şriftləri, ölçüləri, tərtibatı və digər görünüş xüsusiyyətləri müəyyən edilir. CSS məzmununu və strukturunu dəyişmədən yalnız veb-səhifənin görünüşünü müəyyən edir. Bu, HTML-nin struktur və məzmunu təmsil etmə funksiyasını tamamlayır. CSS faylları adətən ayrı-ayrı fayllarda saxlanılır və HTML sənədlərinə daxil edilir.



JavaScript veb development üçün istifadə olunan proqramlaşdırma dilidir. O, ilk dəfə Netscape tərəfindən hazırlanmışdır və o vaxtdan internetin dinamik və interaktiv xüsusiyyətlərini artırmaq üçün geniş şəkildə istifadə edilmişdir. JavaScript brauzer tərəfi skript dilidir, yəni veb brauzerdə işləyən kod parçaları deməkdir. Bununla belə, indiki vaxtda onu Node.js kimi texnologiyalarla server tərəfində də istifadə etmək olar. JavaScript bir neçə mühüm xüsusiyyətə malikdir. Dinamik Məzmun Göstərilməsi: JavaScript veb səhifələrdə məzmunu dinamik şəkildə yaratmağa imkan verir. Bu, istifadəçi qarşılıqlı əlaqəsi əsasında məzmunu dəyişdirmək, yeni məzmun əlavə etmək və ya mövcud məzmunu silmək deməkdir[3].

Bootstrap veb development üçün məşhur və hərtərəfli açıq mənbəli CSS və JavaScript çərçivəsidir. Bootstrap ilk növbədə sürətli və cavab verən veb-saytlar və veb proqramlar yaratmağı asanlaşdırmaq üçün nəzərdə tutulmuşdur. Twitter tərəfindən hazırlanmış və açıq mənbə kimi mövcud olan Bootstrap veb tərtibatçılarına bir sıra faydalı alətlər və komponentlər təqdim edir və bununla da dizayn və inkişaf proseslərini sürətləndirir və sadələşdirir. Bootstrap-ın əsas xüsusiyyətləri bunlardır: Şəbəkə Sistemi: Bootstrap veb-səhifənin tərtibatını yaratmaq üçün güclü şəbəkə sisteminə malikdir. Bu sistem səhifəni sətir və sütunlarla bölür və məzmunu bu sütunlara yerləşdirmək üçün istifadə edilə bilər.

React Facebook tərəfindən hazırlanmış açıq mənbəli JavaScript kitabxanasıdır. Müasir və dinamik istifadəçi interfeyslərinin yaradılmasını asanlaşdırmaq üçün nəzərdə tutulmuşdur. React komponent əsaslı bir yanaşma tətbiq edir və veb proqramların istifadəçi interfeyslərini modul və təkrar istifadə edilə bilən hissələrə bölür. React-in əsas xüsusiyyəti budur: Komponent Əsaslı: React veb tətbiqini komponentlərə ayıraraq inkişafı təşviq edir. Hər bir komponent öz daxilində məntiq və görünüşü birləşdirir və müstəqil fəaliyyət göstərə bilir. Bu, kodun təkrar istifadəsini artırır və ona qulluq etməyi asanlaşdırır. Bu, veb səhifələrin həssas və mobil uyğun olmasını təmin edir.

Angular, Google tərəfindən hazırlanmış açıq mənbəli veb proqram çərçivəsidir. Angular tək səhifəli proqramların (SPA) inkişafı üçün hərtərəfli platformadır və müasir, dinamik və interaktiv veb proqramların yaradılmasını asanlaşdırır. Angular-ın əsas xüsusiyyəti budur:Komponent Əsaslı Arxitektura: Angular komponent əsaslı arxitekturanı qəbul edir. Hər bir komponent öz məntiqi, görünüşü və üslubları ilə gəlir. Bu, tətbiqi hissələrə bölməyə və modul quruluş yaratmağa imkan verir.

Vue.js açıq mənbəli JavaScript çərçivəsidir və müasir, interaktiv veb istifadəçi interfeysləri yaratmaq üçün istifadə olunur. Vue yüngül kitabxanadır və istənilən layihəyə asanlıqla inteqrasiya oluna bilər. Vue.js-in əsas prinsiplərindən biri ondan ibarətdir ki, o, yalnız kitabxana kimi deyil, lazım gəldikdə digər kitabxanalar və alətlərlə birlikdə istifadə oluna bilər. Vue.js-in əsas xüsusiyyəti budur: Komponent Əsaslı Arxitektura: Vue.js komponent əsaslı arxitekturanı qəbul edir. Hər bir komponent öz məntiqi, görünüşü və üslubları ilə gəlir. Bu, tətbiqi hissələrə bölməyə və modul quruluş yaratmağa imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Р.Г.Алекперов, М.А.Гашимов. Технологии cloud computing: сервисы, проблемы и области применения.// Проблемы информационных технологий, Баку, 2016, №1, с. 3–10.
2. M.Zahran (2013) Smart grid technology, vision management and control. WSEAS transactions on systems, vol 12, Issue 1
3. http://toolkit.globus.org/toolkit/

ANALİTİK ÜSULLARIN KOŞİ MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNƏ TƏTBİQİ METODİKASI

Elmağa Ağaqasım oğlu Qasımov, Vüsalə Laçın qızı Hacızadə

Bakı Dövlət Universiteti

gasymov-elmagha@rambler.ru

Məsələ.

$$y^{(IV)} + k^4 y = 0 \tag{1}$$

tənliyinin

$$y(0) = a_1,\ y'(0) = a_2,\ y''(0) = a_3,\ y'''(0) = a_4 \tag{2}$$

şərtini ödəyən analitik həllini tapın, burada $k\ (k \neq 0),\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4$ - məlum həqiqi ədədlərdir.

Həlli. Əvvəlcə (1) tənliyinin xətti asılı olmayan dörd: $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ və $y_4(x)$ analitik həllər sistemini tapaq. Qeyd edək ki,

$$\begin{gathered} y_1(x) = 1 - \frac{(kx)^4}{4!} + \frac{(kx)^8}{8!} - \frac{(kx)^{12}}{12!} + \ldots;\ y_2(x) = kx - \frac{(kx)^5}{5!} + \frac{(kx)^9}{9!} - \frac{(kx)^{13}}{13!} + \ldots \\ y_3(x) = \frac{(kx)^2}{2!} - \frac{(kx)^6}{6!} + \frac{(kx)^{10}}{10!} - \frac{(kx)^{14}}{14!} + \ldots;\ y_4(x) = \frac{(kx)^3}{3!} - \frac{(kx)^7}{7!} + \frac{(kx)^{11}}{11!} - \frac{(kx)^{15}}{15!} + \ldots \end{gathered} \tag{3}$$

funksiyalarının təyin olunduğu sıraların özləri və istənilən tərtib hədbəhəd diferensiallamaqla alınan sıralar istənilən x və k ədədləri üçün mütləq və müntəzəm yığılır. Bunu $y_1(x)$ funksiyasını təyin edən sıra üçün sübut edək: bu sıra üçün ümumi hədd

$$a_n = (-1)^{n-1} \frac{(kx)^{4(n-1)}}{(4(n-1))!},\quad n = 1,2,3,\ldots$$

düsturu ilə tapılır. Buradan

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_4}\right| = \frac{(kx)^{4n}}{(4n)!} \cdot \frac{(4(n-1))!}{(kx)^{4n-4}} = \frac{(kx)^4}{(4n-3)(4n-2)(4n-1)4n} < 1$$

olur (n -in kafi qədər böyük qiymətləri üçün).

Deməli, Dalamber əlamətinə görə $y_1(x)$ funksiyasını təyin edən (3) funksional sırası bütün x və k ədədləri üçün mütləq və müntəzəm yığılır.

Beləliklə, (3) sıraları ilə təyin olunan $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ və $y_4(x)$ funksiyaları bütün x və k ədədləri üçün analitik funksiyalardır və (3) sıralarını hədbəhəd istənilən tərtib diferensiallamaq olar və bu zaman sıranın cəminin diferensialı onun hədlərinin diferensiallarının cəminə bərabər olacaq.

(3) düsturundan açıq-aşkar görünür ki,

$$\begin{gathered} y_1(0)=1,\ y_1'(0)=0,\ y_1''(0)=0,\ y_1'''(0)=0;\ \ y_2(0)=1,\ y_2'(0)=k,\ y_2''(0)=0,\ y_2'''(0)=0; \\ y_3(0)=1,\ y_3'(0)=0,\ y_3''(0)=k^2,\ y_3'''(0)=0;\ y_4(0)=1,\ y_4'(0)=0,\ y_4''(0)=0,\ y_4'''(0)=k^3. \end{gathered} \tag{4}$$

(3) funksiyalarından düzəldilmiş vronskyana (determinanta) baxaq:

$$W(x)=\begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & y_3(x) & y_4(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & y_3'(x) & y_4'(x) \\ y_1''(x) & y_2''(x) & y_3''(x) & y_4''(x) \\ y_1'''(x) & y_2'''(x) & y_3'''(x) & y_4'''(x) \end{vmatrix}. \tag{5}$$

(5) düsturunu diferensiallayaraq alırıq

$$W'(x)=\begin{vmatrix} y_1'(x) & y_2'(x) & y_3'(x) & y_4'(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & y_3'(x) & y_4'(x) \\ y_1''(x) & y_2''(x) & y_3''(x) & y_4''(x) \\ y_1'''(x) & y_2'''(x) & y_3'''(x) & y_4'''(x) \end{vmatrix}+\ldots+\begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & y_3(x) & y_4(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & y_3'(x) & y_4'(x) \\ y_1''(x) & y_2''(x) & y_3''(x) & y_4''(x) \\ y_1^{(IV)}(x) & y_2^{(IV)}(x) & y_4^{(IV)}(x) & y_4^{(IV)}(x) \end{vmatrix}. \tag{6}$$

(3) funksiyalarını bilavasitə diferensiallamaqla alırıq

$$y_i^{(IV)}(x)=-k^4 y_i(x),\ \ i=1,2,3,4. \tag{7}$$

(7) düsturlarını (6)-da nəzərə alsaq və determinantda iki sətir eyni olduqda o determinantın sıfır olduğundan istifadə etsək (6)-dan alırıq

$$W'(x)\equiv 0,\ -\infty<x<\infty. \tag{8}$$

(8) eyniliyi $W(x)$ funksiyasının sabit (5)-dən istifadə edərək alırıq

$$W(x)\equiv W(0)=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k^3 \end{vmatrix}=k^6.$$

Başqa sözlə

$$W(x)\equiv k^6\neq 0,\quad x\in(-\infty,\infty). \tag{9}$$

(9) düsturu göstərir ki, (3) funksiyalarının vronskyanı sıfırdan fərqlidir. İndi aşağıdakı məlum teoremi yada salaq.

Teorem 1. Əgər $y_1(x), y_2(x),\ldots, y_n(x)$ funksiyalarının n-ci tərtib kəsilməz törəmələri varsa və onlardan düzəldilmiş vronskyanı

$$W(x)=\begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & \ldots & y_n(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & \ldots & y_n'(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ y_1^{(n-1)}(x) & y_2^{(n-1)}(x) & \ldots & y_4^{(n-1)}(x) \end{vmatrix}\neq 0$$

isə onda $y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)$ xətti asılı olmayan sistem təşkil edir.

Bu teoremdən və (5) və (9) düsturlarından çıxır ki, (3) düsturu ilə təyin olunan $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$, $y_4(x)$ funksiyaları xətti asılı olmayan sistem təşkil edir. Sonra, diferensial tənliklər kursundan bilirik ki, bu halda (1) tənliyinin ümumi həlli

$$y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) + c_3 y_3(x) + c_4 y_4(x), \tag{10}$$

düsturu ilə təyin olunur; burada $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$, $y_4(x)$ (3) düsturları ilə təyin olunan funksiyalardır, c_1, c_2, c_3 və c_4 isə ixtiyari sabitlərdir.

(10) düsturu təyin olunan funksiyanı elə seçək ki, (yəni c_1, c_2, c_3, c_4 sabitlərini elə seçək ki) o (2) şərtlərini ödəsin: (4) bərabərliklərindən istifadə edərək (10)-dən alırıq $y(0) = c_1 y_1(0) + c_2 y_2(0) + c_3 y_3(0) + c_4 y_4(0) = \quad = c_1 \cdot 1 + c_2 \cdot 0 + c_3 \cdot 0 + c_4 \cdot 0 = c_1$, deməli $y(0) = a_1$ şərtindən alırıq ki, $c_1 = a_1$ olmalıdır. Analoji qayda ilə alırıq ki,

$c_2 k = a_2$ və buradan $c_2 = \frac{a_2}{k}$; $c_3 k^2 = a_3$ və buradan $c_3 = \frac{a_3}{k^2}$; $c_4 k^3 = a_4$ və buradan $c_4 = \frac{a_4}{k^3}$ və beləliklə

$$y(x) = a_1 y_1(x) + \frac{a_2}{k} y_2(x) + \frac{a_3}{k^2} y_3(x) + \frac{a_4}{k^3} y_4(x). \tag{11}$$

Beləliklə, aşağıdakı teorem isbat olundu.

Teorem 2. Əgər $k \neq 0$ və a_1, a_2, a_3, a_4 - ixtiyari verilmiş ədədlər olduqda (1)-(2) məsələsinin analitik həlli

i)var;

ii) yeganədir;

iii) bu həll (11) düsturu ilə təyin olunur, burada $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$, $y_4(x)$ (3) düsturları ilə təyin olunan funksiyalardır.

İKİ ÖLÇÜLÜ DALĞA TƏNLİYİ ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN ÜMUMİLƏŞMİŞ HƏLLİNİN İNTEQRAL GÖSTƏRİLİŞİ

Telman Mehdi oğlu Qasımov, İsmayıl İntiqam oğlu Ömərov

Bakı Dövlət Universiteti

qasimov.telman83@mail.ru, ismayil.omarov.01@gmail.com

Tutaq ki, $Q = \Omega \times [0,T]$, $\Omega = [0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1]$ oblastında aşağıdakı məsələ verilmişdir:

$$z_{tt} = z_{xx} + z_{yy} + f(x,y,t),\ (x,y,t) \in Q, \tag{1}$$

$$z(x,y,0) = z_0(x,y), \quad z_t(x,y,0) = z_1(x,y), \quad (x,y) \in \Omega, \tag{2}$$

$$z(0,y,t) = 0, \quad z_x(0,y,t) = z_x(1,y,t), \quad 0 \le y \le 1,\ 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$z(x,0,t) = 0, \quad z_y(x,0,t) = z_y(x,1,t), \quad 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T, \tag{4}$$

burada $f(x,y,t)$, $z_0(x,y)$, $z_1(x,y)$ - məlum funksiyadır, $z = z(x,y,t)$ - axtarılan funksiyadır.

Təqdim olunan tezisdə aşağıdakı kimi teorem isbat olunur:

Teorem. Tutaq ki, $z_0(x,y)\in W^1_{2,0}(\Omega)$, $z_1(x,y)\in L_2(\Omega)$, $f(x,y,t)\in L_2(Q)$. Onda (1)-(4) məsələsinin

$$z = z(x,y,t)\iint_{\Omega} G_t(x,y,\tau,\eta,t)z_o(x,y)d\tau d\eta +$$

$$+\iint_{\Omega} G(x,y,\tau,\eta,t)z_1(\tau,\eta)d\tau d\eta + \int_0^t \iint_{\Omega} G_T(x,y,\tau,\eta,t-\xi)d\tau d\eta d\zeta,$$

şəklində göstərilən yeganə ümumiləşmiş həlli var, burada G - funksiyası məsələnin məxsusi ədədləri, məxsusi və qoyulmuş funksiyaları ilə birqiymətli ifadə olunur.

Ədəbiyyat

1. Ладыженская О.Ф. Смешанная задача для гиперболического уравнения. М.,1953, 280 с.
2. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир,1971, 372 с.

QOŞMA SƏRHƏD ŞƏRTLİ BİR SPEKTRALMƏSƏLƏNİN MƏXSUSİ FUNKSİYALARININ BAZİSLİYİ

Telman Benser oğlu Qasımov, Gülarə Ramiz qızı Məmmədzadə

Bakı Dövlət Universiteti

telmankasumov@rambler.ru, Memmedzade.gulare0709@gmail.com

Aşağıdakı spektral məsələyə baxılır:

$$y''(x)+\lambda y(x)=0, \qquad x\in\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};1\right) \tag{1}$$

$$\begin{cases} y(0)=y(1)=0 \\ y\left(\frac{1}{2}-0\right)=ay\left(\frac{1}{2}+0\right) \\ y'\left(\frac{1}{2}-0\right)=by'\left(\frac{1}{2}+0\right) \end{cases} \tag{2}$$

burada λ spektral parametr, a və b isə $a+b\neq 0$ şərtini ödəyən ixtiyari kompleks ədədlərdir. Bu tipli spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının bazislik xassələri daha ümumi şəkildə [1,2] işlərində öyrənilmişdir. Xüsusi halda [1] işindən çıxır ki, (1), (2) məsələsinin məxsusi funksiyaları sistemi $L_2(0;1)$ fəzasında Riss bazisi, [2] işindən isə çıxırki,bu sistem $L_p(0;1)$, $1<p<\infty$, fəzasında bazis əmələ gətirir.

Bu işdə (1), (2) məsələsinin Lebeq və çəkili Lebeq fəzalarında ekvivalentbazisliyi haqqında teoremlər isbat edilmişdir. N ilə natural ədədlər çoxluğunu işarə edək.

Teorem 1. (1), (2) məsələsinin məxsusi ədədləri $\lambda_n = (\pi n)^2$, $n \in N$, şəklindədir. λ_{2k}, $k \in N$, məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalar

$$y_{2k}(x) = \begin{cases} a\sin 2\pi kx, & x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \\ \sin 2\pi kx, & x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \end{cases}$$

şəklində, $\lambda_{2k-1}, k \in N$ məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalar isə

$$y_{2k-1}(x) = \begin{cases} b\sin(2k-1)\pi x, & x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \\ \sin(2k-1)\pi x, & x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \end{cases}$$

şəklindədirlər.

Xatırladaq ki, Banax fəzasında verilmiş iki sistem o zaman ekvivalent adlanırlar ki, özü və tərsi məhdud olan elə operator olsun ki, bu sistemlərdən birini digərinə çevirsin.

Teorem 2. (1), (2) spectral məsələsinin $\{y_n(x)\}_{n\in N}$ məxsusi funksiyalar sistemi $L_p(0;1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında $\{\sin \pi nx\}_{n\in N}$ triqonometrik sisteminə ekvivalent bazis əmələ gətirir.

Tutaq ki, X Banax fəzası, $\{x_n\}_{n\in N}$ bu fəzada bazis, $\{x_n^*\}_{n\in N} \subset X^*$ isə onun biortoqonal qoşma sistemidir. Əgər, $\exists\ C > 0$, $\exists\ r \in (1;+\infty)$ $\forall\ x \in X$

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} \left|< x;\ x_n^* >\right|^r\right)^{\frac{1}{r}} \le C\|x\|$$

şərti ödənərsə, onda $\{x_n\}_{n\in N}$ sistemi r - bazis adlanır.

Nəticə1. $\{y_n(x)\}_{n\in N}$ sistemi $L_p(0;1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında r - bazistəşkil edir; burada

$$r = \max\{p, q\},\ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$

Nəticə 2. $p = 2$ olduqla, $\{y_n(x)\}_{n\in N}$ sistemi $L_2(0;1)$ fəzasında Riss bazisi əmələ gətirir.

Tutaq ki, $L_{p,w}(0;1)$, $1 < p < \infty$,

$$\|f\|_{L_{p,w}} = \left(\int_0^1 |f(x)|^p w(x)dx\right)^{\frac{1}{p}}$$

Norması ilə verilən çəkili Lebeq fəzasıdır; fərz edək ki, $w(x)$ çəki funksiyası Makenhaupt şərtini ödəyir: $w(x) \in A_p$ [3].

Teorem 3. (1), (2) spectral məsələsinin $\{y_n(x)\}_{n\in N}$ məxsusi funksiyalar sistemi $L_{p,w}(0;1),\ 1<p<\infty,$, çəkili Lebeq fəzasında $\{\sin \pi nx\}_{n\in N}$ triqonometrik sisteminə ekvivalent bazis əmələ gətirir.

Ədəbiyyat

1. Муравей Л.А. Базисы Рисса в $L_2(-1,1)$ // Граничные задачи для дифференциальных уравнений, Сборник работ. Тр. МИАН СССР, 91, 1967, с.113-135; Proc. Steklov Inst. Math. 91(1967) p.117-136.
2. Касумов Т.Б. Дробные степени разрывных квазидифференциальных операторов и теоремы о базисности // Рук. деп. в ВИНИТИ 16.121987, N 8902, 74 с.
3. Hunt R. Muckenhoupt B., Wheeden R. Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform // Trans. of AMS V.176(1973), p.227-251.

BİRSPEKTRAL MƏSƏLƏNİNİ FUNKSİYALARININ ÇƏKİLİ LEBEQ VƏ ÇƏKİLİ QRAND-LEBEQ FƏZASINDA BAZİSLİYİNİN TƏTQİQİ

Telman Benzer oğlu Qasımov, Həzrət Arzuman oğlu Fətullalı

Bakı Dövlət Universiteti

telmankasumov@rambler.ru, hezretfetullali@gmail.com

Aşağıdakı kimi spektral məsələyə baxılır.

$$-y''=\lambda y \tag{1}$$

$$\begin{cases} y(0)=\alpha_1 y(1) \\ y'(0)=\alpha_1 y'(1)+\beta \end{cases} \tag{2}$$

Burada λ spektral parametirdir. $\alpha_1,\alpha_2,\beta.$ İxtiyari kompleks ədədlərdir. Bu tipli məsələlərin məxsusi qiymətləri və məxsusi funksiyaları $[1,2]$ işlərində öyrənilmişdir. $[1]$-dənçıxırki, (1),(2) məsələsinin məxsusi funksiyalar sistemi $L_2(0,1)$ fəzasında Riss bazisi,$[2]$ işindən cıxır ki, bu sistem $L_p(0,1)$,$1<p<\infty$ fəzasında basis əmələ gətirir.

(1), (2) məsələsinin məxsusi ədədlərini və məxsusi qiymətlərini tapaq.

$$y_1(\rho,x)=y_1(x)=\sin\rho x$$
$$y_2(\rho,x)=y_2(x)=\cos\rho x$$
$$y(k)=c_1\sin\rho x+c_2\cos\rho x$$
$$y'(k)=\rho c_1\cos\rho x-\rho c_2\sin\rho x$$

(2) şərtlərində verilənləri yerinə qoysaq,

$$\begin{cases} c_2=\alpha_1 c_1\sin\rho+\alpha_1 c_2\cos\rho \\ \rho c_1=\rho\alpha_2 c_1\cos\rho-\alpha_2 c_2\sin\rho+\beta c_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 c_1\sin\rho+(\alpha_1\cos\rho-1)\cdot c_2=0 \\ \rho(\alpha_2\cos\rho-1)\cdot c_2+(\beta-\alpha_2\rho\sin\rho)\cdot c_2=0 \end{cases}$$

$$v_1(y) = y(0) - y(1)$$
$$v_2(y) = y'(0) - \alpha_2 y'(1) - \beta y(0)$$
$$v_1(y_1) = \alpha_1 c_1 \sin\rho \qquad v_1(y_2) = \alpha_1 \cos\rho - 1$$
$$v_2(y_1) = \rho\alpha_2 \cos\rho - \rho \qquad v_2(y_2) = \beta - \alpha_2 \rho \sin\rho$$

Məxsusi ədədi tapmaq üçün $\Delta\rho = 0$ hesablamalıyıq.

$\Delta(\rho) = 0$ olmalıdır

$$\Delta(\rho) = \begin{vmatrix} v_1(y_1) & v_1(y_2) \\ v_2(y_1) & v_2(y_2) \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta(\rho) = \begin{vmatrix} \alpha_1 \sin\rho & \alpha_1 \cos\rho - 1 \\ \rho\alpha_2 \cos\rho - \rho & \beta - \alpha_2 \rho \sin\rho \end{vmatrix} = 0$$

$$\alpha_1 \sin\rho(\beta - \alpha_2 \rho \sin\rho) - (\alpha_1 \cos\rho - 1)(\rho\alpha_2 \cos\rho - \rho) = 0$$

$$\beta\alpha_1 \sin\rho - \alpha_1\alpha_2 \sin^2\rho - \alpha_1\alpha_2\rho\cos^2\rho + \rho\alpha_2\rho\cos\rho - \rho = 0$$

$$\rho\alpha_1 \cos\rho + \beta\alpha_2 \sin\rho - \rho(1 + \alpha_1\alpha_2) = 0$$

$$\cos\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\beta\alpha}{\alpha_1}\sin\rho = \frac{1}{\alpha_1} + \alpha_2 \quad (\alpha_1, \alpha_2 \neq -1)$$

$$\rho_k^{\pm} = 2\pi k \pm \gamma + O\left(\frac{1}{k}\right); \quad \lambda_k^{\pm} = \left(\rho_k^{\pm}\right)^2$$

şəklindədir. $y_k^{\pm}(x)$ məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalardır.

$$y_k^{\pm}(x) = \begin{vmatrix} \sin\rho_k^{\pm} x & \cos\rho_k^{\pm} x \\ \alpha_1 \sin\rho_k^{\pm} & \alpha_1 \cos\rho_k^{\pm} - 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin(2\pi k \pm \gamma x) + O\left(\frac{1}{k}\right) & \cos(2\pi k \pm \gamma x) O\left(\frac{1}{k}\right) \\ \pm\alpha_1 \sin\gamma + O\left(\frac{1}{k}\right) & \alpha_1\alpha_2 + O\left(\frac{1}{k}\right) \end{vmatrix}$$

$$\sin\rho_k^{\pm} = \sin(2\pi k \pm \gamma x) + O\left(\frac{1}{k}\right) = \pm\sin\gamma + O\left(\frac{1}{k}\right)$$

$$\cos\rho_k^{\pm} = \frac{1 + \alpha_1\alpha_2}{\alpha_1} + O\left(\frac{1}{k}\right)$$

məxsusi funksiyaları belədir.

$$y_k^{\pm}(x) = \alpha_1\alpha_2 \sin(2\pi k \pm \gamma)x \pm \alpha_1 \sin\gamma \cos(2\pi k \pm \gamma)x +$$
$$+ O\left(\frac{1}{k}\right) = \sin\left[(2\pi k \pm \gamma) \cdot x + \sigma\right] + O\left(\frac{1}{k}\right)$$

Teorem.(1),(2) məsələsinin məxsusi ədədləri $\lambda_k^{\pm} = \left(\rho_k^{\pm}\right)^2$ şəklində, buna uyğun məxsusi funksiyalar $y_k^{\pm}(x)$ çəklində oldu.

Teorem. (1),(2) məsələsinin $\left\{y_k^{\pm}(x)\right\}_{k\in N}$ məxsusi funksiyaları $L_p(0,1)$,$1 < p < \infty$ fəzasında $\{1; \cos\pi kx; \sin\pi kx\}_{k\in N}$ triqonometrik sisteminə nəzərən basis əmələ gətirir.

İNTEQRAL SƏRHƏD ŞƏRTLİ BİR SPEKTRALMƏSƏLƏNİN MƏXSUSİ FUNKSİYALARININ ÇƏKİLİ LEBEQ FƏZASINDA BAZİSLİYİ

Telman Benser oğlu Qasımov, Reyhan Calal qızı Tağıyeva
Bakı Dövlət Universiteti
telmankasumov@rambler.ru ,reyhanabasli2015@gmail.com

Təqdim olunan işdə ikinci tərtib

$$l(y) = -y'' + q(x)y \tag{1}$$

diferensial ifadəsi və

$$U_\nu(y) = \int_0^1 g_\nu(t)y(t)dt = 0, \nu = 1,2, \tag{2}$$

inteqral sərhəd şərtləri ilə təyin olunan L diferensial operatoruna baxılır; burada $q(x) \in L_1(0,1),\ g_1(t), g_2(t) \in C[0,1]$. $\delta = g_1(0)g_2(1) - g_1(1)g_2(0)$ işarə edək.

Tərif. Əgər$g_1(t)$ və $g_2(t)$ funksiyaları xətti asılı deyilsə və $\delta \neq 0$ şərti ödənərsə, onda (2) sərhəd şərtlərinə requlyar sərhəd şərtləri deyəcəyik. Əgər xarakteristik determinantın sıfırları asimptotik sadə və ayrılmış olarlarsa, onda (2) sərhəd şərtlərinə güclü requlyar sərhəd şərtləri deyəcəyik.

Tutaq ki, $L_{P,w}(0,1), 1 < p < \infty$,

$$\|f\|_{L_{p,w}} = \left(\int_0^1 |f(x)|^p w(x)dx\right)^{\frac{1}{p}}$$

norması ilə verilən çəkili Lebeq fəzasıdır;burada $w(x)$ çəki funksiyası Makenhaupt şərtini ödəyir: $w(x) \in A_p$. [1]

Aşağıdakı fəzanı daxil edək:

$$\mathfrak{X} = \{y \in L_{P,w}(0,1): U_1(y) = U_2(y) = 0\}.$$

Aydındır ki, $\mathfrak{X}$ fəzası $L_{P,w}(0,1)$ fəzasınınkoölçüsü 2 olan altfəzasıdır. $\mathfrak{X}$ fəzasında L operatorunu belə təyin edək: $D(L) = \{y \in W^2_{p,w}(0,1) \cap \mathfrak{X}: l(y) \in \mathfrak{X}\}$ və $y \in D(L)$ olduqda $Ly = l(y)$.Onda L operatoru $\mathfrak{X}$ –də təyin oblastı hər yerdə sıx olan qapalı operator, onun$R(\lambda, L) = (L - \lambda I)^{-1}$rezolventi isə$\mathfrak{X}$ –də təsir edən kompakt operator olacaqdır. Loperatorunun hesabi sayda asimptotik sadə məxsusi ədədləri var və onlar üçün $\lambda_k = \rho_k^2$, $\rho_k = \pi k + O(1)$, onlara uyğun məxsusi funksiyalar üçün isə $y_k(x) = \left(g_2(1)(-1)^k - g_2(0)\cos \pi kx + O\left(\frac{1}{k}\right)\right), k = 2, 3, \dots ,$ asimptotik düsturları doğrudur.

Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 1.Əgər (2) sərhəd şərtləri requlyardırsa, onda L operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi$\mathfrak{X}$ fəzasında mötərizəli bazis təşkil edir.

Teorem 2.Əgər (2) sərhəd şərtləri güclü requlyardırsa, onda L operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi$\mathfrak{X}$ fəzasında $\{\cos \pi kx\}_{k=2}^{\infty}$ triqonometrik sisteminə ekvivalent bazis təşkil edir.

Qeyd edək ki, oxşar məsələlər [2,3] işlərində də tədqiq olunmuşdur.

Bu iş AzərbaycanElm Fondunun maliyyə dəstəyi ilə yerinə yetirilmişdir.- **Qrant № AEF-MCG-2023-1(43)-13/06/1-M-06.**

Ədəbiyyat

1. Hunt R. Muckenhoupt B., Wheeden R. Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform // Trans. of AMS V.176(1973), p.227-251.
2. Сенцов Ю.Г. Матем. заметки. 1999, т.65, вып.6, с.948-952.
3. Gallardo J. Rocky Mountain J. Math. 2000, v.30, No4, p.1265-1291.

MÜXTƏLİFLİKLƏRİN ELEMENTAR SİNİFLƏRİ

Elina Səfibəy qızı Qazıxanova, Oqtay Mübarək oğlu Məmmədov

Bakı Dövlət Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti

qazixanovaelina@gmail.com, okmamedov@gmail.com

α və T - hər hansı çoxluqlar, r - ixtiyari funksiya

$$r: T \to \bigcup \{\alpha^n : n = 1,2, \dots\}$$

olduqda $\tau = (\alpha, T, r)$ üçlüyü heterogen tip adlanır. (burada α^n α çoxluqlarının dekard dərəcəsidir). Bütün $A_i \neq \emptyset$ olduqda F_t funksiyası

$$F_t: A_{i_1} \times A_{i_2} \times \dots \times A_{i_s} \to A_{i_{s+1}}$$

və $r(t) = (i_1, i_2, \dots, i_s, i_{s+1})$ olduqda heterogen τ tipinin $a = \langle A_i, F_t \rangle_{i \in \alpha, t \in T}$ cəbri vardır. (Əgər $s = 0$, onda $r(t) = (i)$ olacaq, bu halda F_t A_i-lərdə hər hansı sabit olacaq). F_t funksiyası a cəbrinin heterogen əməliyyatı adlanır.

Birkhof teoremi. Bütün a_i-lər qoşma ayrılmayan olduqda hər bir heterogen a cəbrinin bəzi

$$\mu: a \to \prod \{a_i : i \in I\}$$

qoşma ayrılışları mövcuddur.

$\mathbb{K}_0$ aşağıdakı bərabərlikləri ödəyən heterogen cəbrlərin müxtəlifliyi olsun:

$$C_m^p\left(z, C_m^n(y_1, x_1, \dots, x_n), \dots, C_m^n(y_p, x_1, \dots, x_n)\right) = C_m^n\left(C_n^p(z, y_1, \dots, y_p), x_1, x_n\right), m, n, p = 1,2, \dots;$$

$$C_m^n(e_i^n, x_1, \dots, x_n) = x_i\ , m = 1,2, \dots, 1 \le i \le n < \omega\ ;$$

$$C_n^n(y, e_i^n, \dots, e_n^n) = y\ , n = 1,2, \dots$$

Teylor teoremi. $\mathbb{K}_0$- dan olan heterogen cəbr (izomorf olmayan) və cəbri müxtəliflik (ekvivalent olmayan) arasında aşağıdakı xassələri ödəyən biyeksiya mövcuddur:

(1) $\mathbb{M} \cong \mathbb{M}' \Leftrightarrow Cl(\mathbb{M}) \cong Cl(\mathbb{M}')$,

(2) Əgər $\mathbb{M}$ - $\mathbb{M}'$-də altmüxtəliflikdirsə, onda $Cl(\mathbb{M}') \to Cl(\mathbb{M})$ süryektiv homomorfizmi mövcuddur:

Burada $Cl(\mathbb{M})$ heterogen cəbrdir.

Teylor teoremi bizə müxtəlifliklərin xassələrini heterogen cəbrlərin xassələrinə çevirməyə imkan verir (və əksinə). Xüsusilə Birkhof teoreminin belə çevirməsini nəzərdən keçirək. $\{\mathbb{M}, \mathbb{M}_i; i \in I\}$ verilmiş müxtəlifliklər (onlar müxtəlif tipli də ola bilər) olsun. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənərsə,deyə bilərik ki, $\mathbb{M}$ -$\{\mathbb{M}_i: i \in I\}$ ailəsinin vasitəsi ilə redukt-düz hasildir. Bunu belə də göstərmək olar: $(\mathbb{M}, X_{i\in I}\mathbb{M}_i)$:

(a) $\mathbb{M}$-də $a_i \in \mathbb{M}_i$, $i \in I$ cəbrlərin indeksləşdirilməmiş hasili ilə $X_{i\in I}\mathbb{M}_i$ əmələ gəlir.

(b) $\mathbb{M}_i$-lər $\mathbb{M}$-də bəzi altmüxtəlifliklərə ekvivalentdir.

Bu tərifə uyğun olaraq, $\mathbb{M}$ müxtəlifliyinin ixtiyari redukt-düz təsvirində $(\mathbb{M}, X_{i\in I}\mathbb{M}_i)$ ən azı bir $\mathbb{M}_i$ müxtəlifliyi $\mathbb{M}$-ə ekvivalent olarsa, $\mathbb{M}$ müxtəlifliyi redukt-düz ayrılmayandır.

Müxtəliflіklər üçün Birkhov teoremi. Hər bir müxtəlifliyin $\mathbb{M}$-də redukt-düz ifadəsi

$$(\mathbb{M}, X_{i\in I}\mathbb{M}_i)$$

şəklindədir, burada bütün $\mathbb{M}_i$ müxtəliflikləri redukt-düz ayrılmayandır. Bununla əlaqədar olaraq, redukt-ayrılmayan bütün müxtəlifliklərin təsviri $\mathbb{M}$ müxtəlifliyinin bütün alt müxtəliflikler qəfəsində tamamilə V-ayrılmayan təsviri məsələsinə gətirib çıxarır.

Aydındır ki, əgər F – I üzərində hər hansı filtrdirsə, onda $\prod \mathrm{Cl}(\mathbb{M}_i)/F$ filtrlənmiş hasilinin heterogen klonlarının hasili yenə $\mathbb{K}_0$ sinfinə aiddir. Ona görə də $\mathbb{M} = X\{\mathbb{M}_i: i \in I\}$ müxtəlifliyinin elə bir $\mathbb{M}_{I,F}$ altmüxtəlifliyi var ki,

$$\mathrm{Cl}(\mathbb{M}_{I,F}) \cong \prod \mathrm{Cl}(\mathbb{M}_i)/F$$

Təbii olaraq, ultrahasillər və ultradərəcələr də təyinolunur.

Bu $\mathbb{M}_{I,F}$ müxtəlifliyini I üzərində F-ə görə $\{\mathbb{M}_i\}_{i\in I}$ ailəsinin filtrlənmiş hasili adlandıraq.

Müxtəlifliklərin filtrlənmiş hasilindən Malsev siniflərini təyin etmək üçün istifadə etmək olar :

a) Güclü Malsev sinfi və ya S-sinfi;
b) Xüsusi Malsev sinfi və ya S_δ-sinfi;
c) Ümumi Malsev sinfi və ya S_σ-sinfi;
d) $S_{\delta\sum}$-sinfi;

Ədəbiyyat

1.John T.Baldwin, Joel Berman Elementary classes of varieties (1981), 473-492.
2.John T.Baldwin, Joel Berman A model theoretic approach to malcev conditions (1977), 277-288.

ƏMSALINDA İDARƏEDİCİ OLAN HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN FİNAL MÜŞAHİDƏ HALINDA OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

Hamlet Fərman oğlu Quliyev, Almaz Əbdül qızı Cavadova
Bakı Dövlət Universiteti
hamletquliyev51@gmail.com, almazcavadova05@gmail.com

Tutaq ki, idarə olunan proses

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x}\left(v\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = v(x,y,t)\cdot f(t), \quad (x,y,t) \in Q = \Omega \times (0,T) \qquad (1)$$

tənliyi və

$$u(x,y,0)=u_0(x,y), \quad (x,y)\in\Omega,$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,y,0)=u_1(x,y), \quad (x,y)\in\Omega, \tag{2}$$

$$u(0,y,t)=0, \quad (y,t)\in(0,b)\times(0,T), \qquad u(a,y,t)=0, \quad (y,t)\in(0,b)\times(0,T),$$
$$u(x,0,t)=0, \quad (x,t)\in(0,a)\times(0,T), \qquad u(x,b,t)=0, \quad (x,t)\in(0,a)\times(0,T), \tag{3}$$

başlanğıc və sərhəd şərtləri ilə təsvir olunur. Qeyd edək ki, (1) tənliyi lövhəyə bənzər konstruksiyanın rəqsləri tənliyidir. Burada $Q=\Omega\times(0,T)$, $\Omega=(0,a)\times(0,b)$, $u(x,y,t)$ -lövhənin t anında (x,y) nöqtəsindəki yerdəyişməsidir, $v(x,y)$ lövhənin qalınlığıdır, $u_0\in W_2^{0,1}(\Omega), u_1\in L_2(\Omega),\ f(t)\in L_2(0,T)$ -verilmiş funksiyalardır, $v(x,y)$ idarəedici funksiyadır.Mümkün idarəedici sinifi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$V_m=\left\{v(x,y)\in W_2^1(\Omega): 0<\upsilon<v(x,y)\le\mu,\Omega, \|v(x,y)\|_{W_2^1(\Omega)}\le M\right\},$$

burada υ,μ,M verilmiş müsbət ədədlərdir.Mümkün idarəedicilər sinfindən elə idarəedici tapmaq tələb olunur ki, o, (1)-(3) məsələnin həlli ilə birlikdə

$$J(v)=\frac{1}{2}\int_\Omega \left(u(x,y,T)-z(x,y)\right)^2 dxdy+\frac{\alpha}{2}\int_\Omega (v(x,y)-w(x,y))^2 dxdy \tag{4}$$

funksionalına minimum qiymət versin, burada $z(x,y)\in L_2(\Omega)$, $\omega(x,y)\in L_2(\Omega)$ -verilmiş məlum funksiyalardır, α isə verilmiş müsbət ədəddir.

Qeyd edək ki,hər bir $v,u_0,u_1,f(t)$ üçün(1)-(3) məsələsinin $W_2^1(Q)$ fəzasında həlli var və yeganədir[1]. Baxılan işdə əvvəlcə optimal idarəedicinin varlığı və yeganəliyi isbat edilir. Sonra isə $v(x,y,t)$ idarəedisinin optimallığı üçün variasional bərabərsizlik şəklində aşağıdakı kimi zəruri vəkafi şərt çıxarılır:

$$\int_Q\left[\frac{\partial u_0}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{\partial u_0}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial y}+\psi\right](v(x,y)-v_0(x,y)dxdydt\ge 0 \quad \forall\vartheta\in V_m,$$

burada $\psi(x,y,t)$ aşağıdakı qoşma məsələnin həllidir:

$$\frac{\partial^2\psi(x,y,t)}{\partial t^2}-\frac{\partial}{\partial x}(v_0(x,y)\frac{\partial\psi(x,y,t)}{\partial x})-\frac{\partial}{\partial y}(v_0(x,y)\frac{\partial\psi(x,y,t)}{\partial y})=0,\ (x,y,t)\in Q, \tag{5}$$

$$\psi(x,y,T)=0, \quad \frac{\partial\psi(x,y,t)}{\partial t}=u(x,y,T)-z(x,y),\ (x,y)\in\Omega, \tag{6}$$

$$\psi(0,y,t)=0, \quad (y,t)\in(0,b)\times(0,T), \qquad \psi(a,y,t)=0, \quad (y,t)\in(0,b)\times(0,T),$$
$$\psi(x,0,t)=0, \quad (x,t)\in(0,a)\times(0,T), \qquad \psi(x,b,t)=0, \quad (x,t)\in(0,a)\times(0,T), \tag{7}$$

.

Ədəbiyyat

1. О.А. Лады́женская Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973, 409с.

2. Ж.-Л.Лионс Оптимальное управление системами описываемыми уравнениями с частными производными М.: Мир, 1972, 416с.
3. Ж.-Л.П.Арман Приложения теории оптимального управления системами с распределенными параметрами к задачам оптимизации конструкций. М.: Мир, 1966, 144с.

KONVEKKSİYA –DİFFUZİYA TƏNLİYİÜÇÜN BAŞLANĞIC SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN ƏDƏDİ HƏLLİ

İsabal Əli oğlu Qurbanov, Xanımnaz Vüqar qızı Həsənova

Bakı Dövlət Universiteti

nazhsnova@gmail.com ,isabalqurbanov@gmail.com

$Q = \{(t,x) : 0 < t < T,\ x \in D\}$ oblastında aşağıdakı konvekksiya-diffuziya tənliyinə baxaq:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\sigma^2 \partial^2 p}{\partial x^2} = f(t,x), \forall (t,x) \in [o,T]^x \overline{D}. \tag{1}$$

Burada $u(t,x)$, $f(t,x)$ funksiyaları $Q_T -$ də təyin olunmuş kifayət qədər hamar funksiyalardır.

Fərz edək ki, bütün D oblastında başlanğıc zaman anında məlum olan $p(t,x)$ axtarılan funksiyadır və onun üçün

$$p(0,x) = p_{init}(x), \forall x \in \overline{D} \tag{2}$$

və $x = 0$ və $x = 1$ üçün ixtiyari t zaman anında

$$p(t,0) = p_1(t),\ \ p(t,1) = p_2(t),\ \ \forall t \in [0,T] \tag{3}$$

ödənir. Burada $\sigma > 0$ diffuziya əmsalıdır.

Ədədi həll üçün (1) tənliyini aşağıdakı tənliklərin cəmi kimi ifadə edək:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (up)}{\partial x} = f_1(t,x), \tag{4}$$

$$\sigma \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = f_2(t,x) \tag{5}$$

burada

$$f_1(t,x) + f_2(t,x) = f(t,x) \tag{6}$$

(4) üçün aşağıdakı approksimasiyasını alarıq:

$$\frac{h}{8} u_{i-1}^{h,k} + \frac{3h}{4} u_i^{h,k} + \frac{h}{8} u_{i+1}^{h,k} = \beta_{k-1,i-1}^{i} u_{i-1}^{h,k} + \beta_{k-1}^{i} u_i^{h,k-1} + \beta_{k-1,i+1}^{i} u_{i+1}^{h,k-1} + F_i^{k,1}\ . \tag{7}$$

Burada,

$$\beta_{k-1,i-1}^{i} = \frac{1}{2h}\left(x_i - \hat{x}_{i-\frac{1}{2}}\right)^2, \quad \beta_{k-1,i}^{i} = h - \frac{1}{2h}\left(x_{i+\frac{1}{2}} - \hat{x}_{i-\frac{1}{2}}\right)^2 - \frac{1}{2h}\left(x_{i-\frac{1}{2}} - \hat{x}_{i-\frac{1}{2}}\right)^2,$$

$$\beta_{k-1,i+1}^{i} = \frac{1}{2h}\left(x_i - \hat{x}_{i+\frac{1}{2}}\right)^2$$

(5) üçün isə aşağıdakı approksimasiyanı alarıq:

$$-\frac{\sigma}{h^2}p_{i-1}^k+\frac{2\sigma}{h^2}p_i^k-\frac{\sigma}{h^2}p_{i+1}^k=\frac{1}{2}\left(f_2\left(t_k,x_{i+\frac{1}{2}}\right)+f_2\left(t_k,x_{i-\frac{1}{2}}\right)\right) \tag{8}$$

(7)-ni h τh vurub, onu (8) ilə toplayıb, (6)-nı nəzərə alsaq, onda alarıq

$$\begin{aligned}&\left(\frac{h}{8}-\frac{\sigma\tau}{h}\right)p_{i-1}^{h,k}+\left(\frac{3h}{4}-\frac{2\sigma\tau}{h}\right)p_i^{h,k}+\left(\frac{h}{8}-\frac{\sigma\tau}{h}\right)p_{i+1}^{h,k}=\\&=\beta_{k-1,i-1}^i u_{i-1}^{h,k-!}+\beta_{k-1}^i u_{i-1}^{h,k-1}+\beta_{k-1,i+1}^i u_{i+1}^{h,k-1}+F_i^k\end{aligned} \tag{9}$$

Burada (9)-u düyün nöqtələri üçün uyğunlaşdırsaq, üç dioqanallı matrisli xətti cəbri tənliklər sistemi alıb, onu qovma üsulu ilə həll edirik.

Ədəbiyyat

1. Н.С.Бахвалов,Н.П.Жидков,Г.М.Кобельков .Численные методы –Москва,БИНОМ,2003,632 стр.
2. С.К.Годунов, В.С.Рябенький .Разностные схемы –Москва,Наука ,1977,440 стр.
3. В.Вазов ,Дж.Форсайт.Разностные методы решения уравнений в частных производных-Москва, Наука,1963,486 стр.

SIXILAN MİLLƏRIN PLASTİKİ DEFORMASİYALAR NƏZƏRƏ ALINMAQLA DAYANIQLIĞI

Fuad Seyfəddin oğlu Lətifov, Alı Bakir oğlu Əliyev, Səkinə Ağərzə qızı Balayeva

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti
balayevasekine9@gmail.com

İnşaat konstruksiyalarında sıxılan millərin çevikliyi əksər hallarda həddi çeviklikdən az olur. Ona görə də böhran qüvvəsini Eyler düsturu ilə təyin etmək mümkün olmur , çünki bu halda sıxılma diaqramında gərginliklərlə deformasiyalar arasındakı düzxətli asılılıq pozulur (şək.18.5.1.,a)

Beləliklə , sıxılan milin materialının elastiklik həddindən kənarda böhran qüvvəsini təyin olunma zərurəti yaranır. Bu qoyuluşda məsələnin xüsusiyyəti bir də ondan ibarətdir ki , elastiklik həddi xaricində milin dayanıqlığını itirməsi təkcə materialın xassələrindən deyil, həm də yüklənmə prosesindən asılı olur.

Materialın mütənasiblik həddindən böyük gərginliklərdə mil öz dayanıqlığını itirməyə , əyrioxlu formasını almağa başlayacaqdır. Bu zaman milə təsir edən qüvvə aşağıdakı Enqesser düsturu ilə təyin olunur və toxunan modullu qüvvə adlanır.

$$F'=\frac{\pi^2 E' J_y}{(\mu l)^2} \tag{1}$$

Burada E'-dəyişən (toxunan) moduldur. Onun qiyməti gərginliyi σ_0 böhran gərginliyinə bərabər $\sigma_0 = \sigma_b$, C nöqtəsində sıxılma diaqramına çəkilən toxunanın maillik bucağının tangensinə bərabər və gərginliyin qiymətindən asılı olur , yəni:

$$E' = tg\,\psi_c = \left|\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=\varepsilon_0} \quad (2)$$

Bu anda sıxılan milin yükgötürmə qabiliyyəti hələ tükənmiş olmur və sıxıcı qüvvə artdıqca mil tədricən əyiləcəkdir. Bu zaman Karman nəzəriyyəsinə görə , milin qabarıq (sol) tərəfində əlavə dartıcı gərginliklərin $\Delta\sigma^+$ yaranması səbəbindən yükdən azadolma , sağ (çökək) tərəfində isə əksinə , əlavə sıxıcı gərginliklər $\left(\Delta\sigma^-\right)$ yarandığından yüklənmə prosesləri baş verir (şək.18.5.1.,a). Yükdən azadolma sıxılma diaqramının düzxətli hissəsinə paralel düz xətt üzrə getdiyindən müsbət işarəli əlavə gərginliklər Huk qanununa əsasən:

$$\Delta\sigma^+ = E \cdot \Delta\varepsilon^+ \quad (3)$$

Burada $\Delta\varepsilon^+$ - əlavə dartıcı nisbi deformasiyadır.Sağ tərəfdə sıxıcı gərginliklərin artımı $\Delta\sigma^-$ - əlavə yüklənmə əvvəlki sıxılma diaqramı üzrə davam etdiyindən kiçik deformasiyalar daxilində (3) ifadəsinə analoji xətti asılılıq şəklində qəbul olunur:

$$\Delta\sigma^- = E' \cdot \Delta\varepsilon^- \quad (4)$$

Burada $\Delta\varepsilon^-$ - əlavə sıxıcı deformasiyadır.

Milin dayanıqlılığı itirildikdən sonra sıxıcı qüvvənin qiyməti aşağıdakı düsturla müəyyən olunan qiymətə yaxınlaşdıqca onun əyintiləri kəskin sürətdə artacaqdır.

Fərz edək ki, milin en kəsiyi hər iki y_0 və z_0 baş mərkəzi oxlara nəzərən simmetrikdir və milin boyuna əyilməsi xoz müstəvisində baş verir. Eyni zamanda yastı kəsiklər fərziyyəsinə əsaslanaraq əlavə nisbi deformasiyalar neytral oxa (y oxu) perpendikulyar istiqamətdə xətti qanunla dəyişir və neytral ox kəsiyin mərkəzindən milin qabarıq tərəfinə yaxın keçəcəkdir :

$$\Delta\varepsilon = \frac{z}{\rho} \quad (5)$$

(5) ifadəsini (3) və (4)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\Delta\sigma^+ = E\frac{z}{\mu} \;\; ; \;\; \Delta\sigma^- = E'\frac{z}{\mu} \quad (6)$$

Aydındır ki, milin dayanıqlığının itirilməsi zamanı əyilməsində əlavə qüvvə artımı almamalıdır. Ona görə də əlavə gərginliklərin yaratdığı dartıcı və sıxıcı qüvvələrin əvəzləyicisisıfra bərabər olmalıdır , yəni:

$$\Delta N = \frac{E'}{\rho}\int_{A^-} z\,dA^- + \frac{E}{\rho}\int_{A^+} z\,dA^+ = 0 \quad (7)$$

Bu ifadəyə daxil olan inteqrallar:

$S'_y = \int_{A^-} z\,dA^-$ - milin en kəsiyini sahəsinin mənfi (sıxıcı) əlavə gərginliklər yaranan A^- hissəsinin;

$S''_y = \int\limits_{A^+} zdA^+$ - milin en kəsiyi sahəsinin müsbət (dartıcı) əlavə gərginliklər yaranan A^+ hissəsinin y neytral oxa nəzərən statik momentləridir.

Bu işarələr nəzərə alınaraq (7)-ni aşağıdakı şəklə salırıq:

$$E' \cdot S'_y + ES''_y = 0 \tag{8}$$

Bu tənlik neytral oxun vəziyyətini təyin edən şərtdir.

SONLU SAYDA BƏRABƏRLİK VƏ BƏRABƏRSİZLİKLƏR ŞƏKLİNDƏ MƏHDUDİYYƏTLƏRİ OLAN İDARƏETMƏ MƏSƏLƏLƏRİNDƏ OPTİMALLIQ ÜÇÜN ZƏRURİ ŞƏRT

Misir Cümayıl oğlu Mərdanov, Lalə Nəsrəddin qızı Şitayeva

Bakı Dövlət Universiteti

laleshitayeva@gmail.com

Aşağıdaki kimi optimal idarəetmə məsələsinə baxaq:

$$\dot{x} = f(t,x,u),\ t \in I_T[0,T], \tag{1}$$

$$q_r(T,x^0,x^1) \le 0,\ r = \overline{1,r_1},\ q_r(T,x^0,x^1) = 0,\ r = \overline{r_1+1,r_2}, \tag{2}$$

$$u(t) \in U,\ t \in I_T, \tag{3}$$

$$J(Tx^0,u(\cdot)) = q_0(T,x^0,x') \to \min, \tag{4}$$

burada $x^0 = x(0),\ x^1 = x(T);\ x \in E^{n_1},\ u$ parametri $U \in E^{n_2}$ ($E^n - n$ ölçülü Evklid fəzasından) verilmiş çoxluğunda qiymətlər alan idarəedici parametrdir, n_1, n_2, r_1, r_2 verilmiş natural ədədlərdir.

Mümkün idarəedici funksiyalar olaraq qiymətləri $U-$a daxil olan bütün hissə-hissə kəsilməz $u(t), t \in I_T$ vektor funksiyaları götürülür. Belə ki, müəyyənlik üçün mümkün idarəedicilər soldan kəsilməz hesab olunur.

(1)-(4) məsələsi $(T, x^0, u(\cdot))$ üçlüsü tərəfindən idarə olunur, yəni elə $(T, x^0, u(\cdot))$ üçlüsünü tapmaq tələb olunur ki, $T \in E^1,\ x^0 \in E^{n_1}, u(\cdot)-$mümkün olan idarəedicisi (1) tənliyinin həllinə əsasən (2) şərtlərini ödəsin və (4) funksionalına minimum versin. Belə üçlük optimal üçlük adlanır.

$f: E^1 \times E^{n_i} \times U \to E^{n_1}$ vektor funksiyası $x-$a görə kəsilməz diferensiallanandır. $q_r(x), r = \overline{0,r_2}$ funksiyalarının arqumentlər küllisinə görə kəsilməz differensiallandığını qəbul edirik.

$(t_0, x^0, u_0(\cdot))$ optimal üçlük olsun və $x_0(\cdot)$ ona uyğun trayektoriya olsun. Hamilton-Pontrayagin funksiyasını belə təyin edək:

$$H(t,x,u,\psi) =< \psi, f(t,x,u) >,$$

$$H: E^1 \times E^{n_1} \times E^{n_2} \times E^{n_1} \to E^1,\quad \psi \in E^n$$

burada bucaq mötərizələri skalyar hasili ifadə edir:

Teorem 1. (Maksimum prinsipi) $(t_0, x^0, u_0(\cdot))$ optimal üçlük olsun.Sıfırdan fərqli (r_2+1) ölçülü $e=(e_0, e_1, \ldots e_{r_2})$ vektoru və eləmütləq kəsilməz $\psi(\cdot)$ vektor funksiyası vardır ki,o

$$\dot{\psi} = -\frac{\partial H}{\partial x}(t, x_0(t), u_0(t), \psi)$$

tənliyinin həllidir.

Bunun üçün aşağıdakı şərtlərödənir.

$$\psi(0) = e\frac{\partial Q}{\partial x^0}(t_0, x_0(0), x_0(t_0)),$$

$$\psi(t_0) = -e\frac{\partial Q}{\partial x^1}(t_0, x_0(0), x_0(t_0)),$$

$$H(t_0, x_0(t_0), u_0(t_0), \psi(t_0)) = < e, \frac{\partial Q}{\partial t}(t_0, x_0(0), x_0(t_0)) >;$$

$$e_r \geq 0, \ \ r = \overline{0, r_1}, \ e_r q_r(t_0, x_0(0), x_0(t_0)) = 0, \ \ r = \overline{1, r_1}$$

və $u_0(\cdot)$ kəsilməzliknöqtələrində Hamiltonun maksimum şərti aşağıdakı kimidir:

$$\max_{u \in U} H(t, x_0(t), u, \psi(t)) = H(t, x_0(t), u_0(t), \psi(t)).$$

MOBİL TEXNOLOGİYALARIN MƏKTƏB İNFORMATİKA KURSUNUN ÖYRƏDİLMƏSİNƏ TƏTBİQİNİN NƏZƏRİ ƏSASLARI

Məhəmməd Fərrux oğlu Muradov, Aynur Heydər qızı Nəsirli

Lənkəran Dövlət Universiteti

mammad_2011@mail.ru, suheyucal@gmail.com

XX əsrin sonlarında dünyada baş verən və hələ də davam edən əhalinin artımı və buna bağlı olaraqgüclü informasiya axını, istehsal sahələrinin və texnologiyalarının dinamik inkişafı, fəaliyyət sahələrinin xarakterinin sürətli və çevik növbələşməsi ictimai həyatın bütün sahələrində olduğu kimi, təlim-tərbiyə, təhsil və idarəetmə metodlarına da ciddi təsir edib. Buna bağlı olaraq ənənəvi təhsil fəaliyyəti və metodlarının yetərsiz qalması təhsil sahəsində yeni istiqamətlərə yol açmışdır. Dünya təcrübəsi göstərir ki, müasir təlimin səmərəliyinin yüksəldilməsində yeni pedaqoji texnologiyalar və onların komandalarından düzgün istifadə böyük əhəmiyyət kəsb edir[2].

Bu texnologiyalardan biri də “mobil öyrənmə” (m-öyrənmə) texnologiyasıdır. Günümüzdə mobil cihazların, simsiz internet, GPRS, bluetooth və 3G kimi imkanlarla yanaşı “mobil öyrənmə” metodu da getdikcə populyarlaşır. Mobil öyrənmə-cib telefonları, ovuciçi kompüterlər, planşet kompüterlər təhsil müəssisələrində dərslərin təşkilində böyük əhəmiyyət kəsb edir[2].

Günümüzün öyrənmə prosesini sinif otağının divarları və yaxud iki tənəffüs arasındakı zamana yerləşdirməklə kifayətlənmək mümkün deyil. XXI əsr təhsili şagirdin istənilən məkanda fasiləsiz öyrənməsini mümkün etməyi bizdən tələb edir. Şagirdlərdə yaradıcılıq, əməkdaşlıq, tənqidi yanaşma, media vasitələrindən istifadə və s. kimi XXI əsr bacarıqlarının inkişaf etdirilməsi və fasiləsiz öyrənməprosesi üçün resursları əlçatan etməsinə görə mobil tətbiqetmələr müasir təhsilin ayrılmaz hissəsi kimi qəbul olunmuşdur. İlk növbədə sinif laboratoriyalarından və ya avadanlıqlarından fərqli olaraq mobil qurğular asanlıqla daşınabiləndir. Mobil qurğuların bu xüsusiyyətləri imkan verir ki, şagird təkcə sinif otağında deyil, məktəbin həyətində, kitabxanada, idman zalında,nəqliyyat vasitələrində, evdə və s. yerlərdə öyrənmə fəaliyyətilə məşğul olsun. Mobil qurğular və tətbiqetmələr həmçinin müxtəlif növ öyrənmə fəaliyyətlərini icra edə bilmək üçün də şərait yaradır. Şagird mobil qurğulardan istifadə edib internetdə araşdırma apara, kitab oxuya, video hazırlaya və ya qeydlər apara, şəkil çəkə, proqramlaşdırma və ya fənni ilə bağlı öyrədici oyun oynaya bilər[1].

Mobil qurğulardan və tətbiqetmələrdən istifadə şagirdlər üçün geniş tədqiqat imkanları yaradır. Şagirdlər istənilən mövzü haqqında qısa vaxt ərzində məqalələrə, videolara, qrafik təsvirlərə və cədvəllərə çıxış əldə etmək imkanı qazanırlar[1].

İnformatika üzrə məktəb kursunun mənimsənilməsi şagirdlərin İKT (İnformasiya-Kommunikasiya Texnologiyaları)-nin inkişafının müasir tendensiyaları ilə təkcə nəzəri səviyyədə deyil, həm də praktiki olaraq tanış olmasını təmin etmək məqsədi daşıyır. Eyni zamanda, məktəb informatika kursunda mobil texnologiyalardan istifadə iki aspekti nəzərdə tutur: birinci tərəf "İnformatika" fənni çərçivəsində İKT avadanlıqlarını,bulud və mobil texnologiyalarını öyrənirlər; digər tərəfdən müəllim tədris metodlarını həyata keçirərkən mobil texnologiyalardan istifadə edir[3].

Beləliklə məktəb informatika kursunun tədrisində müvafiq olaraq mobil texnologiyaların inkişafı baxımından məktəb informatika kursunun məzmununun inkişafını və mobil texnologiyalar əsasında informatikanın tədrisi metodlarının işlənib hazırlanması və tətbiqini həyata keçirmək lazımdır[3].

Ədəbiyyat

1. A.Həsrətov, N.Aslanov, R.Əsədov, E.Əliyev, G.Çələndərli "Ali təhsil müəssisələrinin müəllimləri üçün tədrisdə İKT-dən istifadə metodikası", 2019 , 258 s.
2. N.Menzi, N.Önal, E.Çalışkan "Mobil Teknolojilerin Eyitim Amaçlı Kullanımına Yönelik Akademisyen Görüşlerinin Teknoloji Kabul Modeli Çerçivesinde İncelenmesi" Ege Eğitim Dergisi 2012
3. Н.Юрьевич "Обучение информатики в школе на основе мобильных технологий " 2019

BƏZİ PSEVDODİFERENSİAL OPERATORLARIN KOMPAKTLIĞI

Hümbət Kazım oğlu Musayev, Rahil Ayaz oğlu Əhmədov

Bakı Dövlət Universiteti

gkm55@mail.ru , 2001.ehmedov@gmail.com ,

Tutaq ki, $S = S\left(R^n\right)$ n ölçülü R^n fəzasında verilmiş bütün törəmələri $|x|$-in mənfi olmayan dərəcəsindən $|x| \to \infty$ olduqda sürətlə azalan sonsuz diferensiallanan funksiyalardır.

$|A(\xi)| \le C(1+|\xi|)^{\alpha}$ şərtini ödəyən lokal cəmlənən $A(\xi)$ funksiyalar sinfini S_{α}^{0} ilə işarə edək. $S(R^n)$ -də təyin olunan

$$Au = \frac{1}{(2\pi)^n}\int_{-\infty}^{\infty} A(\xi)\tilde{u}(\xi)e^{-i(x,\xi)}d\xi$$

operatoruna psevdodiferensial operator deyilir. Burada $\tilde{u}(\xi)$, $u(x) \in S(R^n)$ funksiyasının Furye çevirməsidir. $A(\xi)$ -yə bəzən A operatorunun simvolu da deyilir. Xüsusi halda $A(\xi)$ çoxhədli olduqda, yəni $A(\xi) = \sum_{|k|\le m} a_k \xi^k$ olduqda alarıq ki,

$$Au = \frac{1}{(2\pi)^n}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{|k|\le m} a_k \xi^k \tilde{u}(\xi)e^{-i(x,\xi)}d\xi = \sum_{|k|\le m} a_k D^k u(x)$$

Yəni diferensial operatordur. Deməli psevdodiferensial operatorlar sinfi diferensial operatorlar sinfini özündə saxlayır.

Tutaq ki, s ixtiyari həqiqi ədəddir. $H_s(R^n)$ fəzası elə u ümumiləşmiş funksiyalarından ibarətdir ki, onun $\tilde{u}(\xi)$ Furye çevirməsi Lebeq mənada lokal inteqrallanandır və

$$\|u\|_s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{u}(\xi)|^2 (1+|\xi|)^{2s} d\xi < \infty.$$

şəklində funksiyalar sinfini $S_{\alpha}^{0} = S_{\alpha}^{0}(R^n)$ ilə işarə edək. Burada $A(x,\xi) = A(\infty,\xi) + A'(x,\xi)$. Qeyd edək ki, $A(\infty,\xi)$ operatoru $|A(\infty,\xi) \le C(1+|\xi|)^{\alpha}|$ şərtini ödəyən lokal inteqrallanan funksiyadır və

$$A'(x,\xi) = F_{\eta}^{-1}\tilde{A}'(\eta,\xi) = \frac{1}{(2\pi)^n}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}'(\eta,\xi)e^{-i(x,\eta)}d\eta .$$

Analoji qayda ilə $A(x,\xi) \in S_{\alpha}^{t}$, $t \ge 0$ simvollu psevdodiferensial operatoru

$$Au = \frac{1}{(2\pi)^n}\int_{-\infty}^{\infty} A(x,\xi)\tilde{u}(\xi)e^{-i(x,\xi)}d\xi$$

kimi təyin olunur. Əgər

$$A(x,\xi) = \sum_{|k|=0}^{m} a_k(x)\xi^k$$

ξ -yə görə çoxhədli olarsa onda $A(u) = \sum_{|k|=0}^{m} a_k(x) D^k u(x)$, yəni A dəyişən əmsallı diferensial operatordur və $A(x,D)$ ilə işarə olunur.

Məlumdur ki, $A(x,\xi) \in S_{\alpha}^{0}$ olduqda psevdodiferensial operatoru -dən $H_{s-\alpha}(R^n)$-ə kəsilməz təsir edir və ixtiyari s üçün

$$\|Au\|_{s-\alpha} \le K_s \|u\|_s$$

Müəyyən olunmuşdur ki, əgər $A(x,\xi) \in S_{\alpha}^{t_1}$, $B(x,\xi) \in S_{\beta}^{t_2}$, $t_1 > 0$, $t_2 > 0$ isə, onda

$$T = A(x,D)B(x,D) - B(x,D)A(x,D)$$

operatoru $T(x,\xi)\in S^{0}_{\alpha+\beta-t_0}$ simvollu psevdodiferensial operatordur. Burada $t_0=\min(1,t_1,t_2)$.

Beləliklə psevdodiferensial operatorların tam kəsilməzliyi haqqında aşağıdakı nəticə alınır.

Teorem. Tutaq ki, $T'(x,\xi)\in S^{0}_{-\delta}$, $\delta>0$, $T'(\infty,\xi)=0$, onda $T'(x,D)$ operatoru ixtiyari s üçün $H_s(R^n)$-də tam kəsilməzdir.

SMTP PROTOLOLU VƏ SPAM POÇT PROBLEMİ

Aytac Yusif qızı Nizamova

Azərbaycan Dövlət Texniki Universiteti
nizamovaaytac@gmail.com

Giriş

İnternetin böyüməsi, geniş yayılması və populyarlaşması elektron e-poçt rabitəsi kimi daha rahat xidmətlərə gətirib çıxarır. Elektron poçt elektron ünsiyyətin ən çox seçilən üsullarından biridir və bir çox şirkətlər, şəxslər və satıcılar elektron poçtun tətbiqini asanlaşdırmaq üçün e-poçt infrastrukturuna böyük sərmayə qoyublar.Bütün bunlara baxmayaraq, məxfi işlərində istifadə etmək üçün pulsuz elektron poçt infrastrukturlarına üstünlük verən insanlar var. Onlar elektron poçt rabitəsi infrastrukturunda quraşdırılmış təhlükəsizlik və etibarlı aktivlərin olmamasından istifadə ediblər.

SMTP və Spam üzrə tədqiqatlar

Son zamanlarda spam fəaliyyətləri və infrastrukturları ilə bağlı çoxlu araşdırmalar aparılıb. Pathak, Hu və Mao tərəfindən spam göndərənlərin qlobal davranışının təhlili ilə bağlı aparılan araşdırmada spam göndərənlər Yüksək Həcmli Spam göndərənlər (HVS) və Aşağı Həcmli Spam göndərənlər (LVS) kimi təsnif edilmişdir. Kanich, Kreibich və Levchenko tərəfindən aparılan araşdırmada botnet infrastrukturundan istifadə etməklə poçt spam bazarı iqtisadiyyat və qazanc baxımından araşdırılmış və spam bazarına edilən az investisiyanın yüksək gəlir gətirdiyi müşahidə edilmişdir [2].Spamer şəbəkə infrastrukturunun mövcudluğu şəbəkənin necə genişləndiyini və xidmət daxilində mövcud olduğunu göstərir [3][4]. Tədqiqatlar zamanı spam problemi araşdırılmış və spamla mübarizədə istifadə olunacaq e-poçt spam imzasını hazırlamaq üçün botnet əsaslı spam hərəkətlərinin paylanmış xüsusiyyətlərindən istifadə edilmişdir [5]. Mesaj ölçüləri, göndərən, qəbul edən və mesajın çatdırılma vaxtı məlumatlarını ehtiva edən bir poçt serveri tədqiq edilərsə, poçt sistemləri üçün meyar kimi istifadə edilə bilən poçt nümunələri istehsal edilə bilər [6].SMTP Path Analysis-i araşdıran tədqiqatlarda e-poçt domenlərinin və əlaqəli IP ünvanlarının rədd edilmə dərəcəsini proqnozlaşdırmaq üçün öyrənmə alqoritmi hazırlanmışdır [7]. Bu təhlillərin əsasını məlum təhlükəsiz e-poçtlar və məlum spamın ötürülməsi üçün istifadə olunan üsullar təşkil edir. Bunlardan əlavə, məlumatların əldə edilməsindən istifadə edərək mesajın ötürülməsinin necə həyata keçirildiyini araşdıran tədqiqatlar da davranış bazası e-mail analizi üçün spam aşkarlanmasının bir hissəsi ola bilər [8].Bütün bu araşdırmalar icazə əsaslı xidmət təklif etməyən SMTP protokolunun dizaynının başlanğıcında gözlənilməz spam probleminin nə qədər vacib olduğunu göstərir.Əgər e-poçtda virus varsa, o, VİRUS kimi qeyd olunur.Spam e-poçtları təhlükəsiz e-poçtlardan fərqləndirmək üçün təhlükəsiz e-poçt mesajları 0 ilə 0,5 arasında bir ehtimalla qeyd olunur. Dəyəri 0,5-dən çox olan e-poçtlar spam kimi müəyyən edilir.Mesaj jurnallarının tədqiqi nəticəsində əldə edilən məlumatlar həm daxili, həm də xarici mesaj jurnalları üçün cədvəllərdə verilir.

Nəticə

Əldə edilən nəticələr spam fəaliyyətləri haqqında məlumatlandırıcıdır. İstər daxili, istərsə də xarici serverlərdən gələn e-poçtlara görə, spam e-poçtların sayı qəbul edilən e-poçtların sayı ilə artır və bu dəyər gecə yarısından əvvəl pik həddə çatır.Spam e-poçtlar həm daxili, həm də xarici serverlərdən gəlir. Bu arada DNSBL-ə çoxlu e-poçt göndərilir.O, aşkarlanmadan nəzarətdən keçə bilib. Bu, dinamik IP ünvanlarının istifadəsi və ya spam göndərənlərin bot maşınlarında işləməsi və bununla da DNSBL filtrindən yayına bilməsi ilə izah edilə bilər.Məlumatların təhlili nəticəsində spam e-poçtların süzgəcdən keçirildiyi zaman spam göndərənlərin spam e-poçt göndərməyə davam etdiyi, yəni filtrasiyanın spam göndərənləri dayandıra bilmədiyi və bəzi spamların təbii şəkildə yayıldığı müşahidə edilib.

Ədəbiyyat

1. Pathak A., Hu Y. C. and Mao Z. M.:Peeking into Spammer Behavior from a Unique Vantage Point. In: 1st Usenix Workshop on LargeScale Exploits and Emergent Threats, pp.(2008)
2. Kanich C., Kreibich C., Levchenko K., Enright B., VoelkerG. M., Paxson V. And Savage S.: Spamalytics: An Empirical Analysis of Spam Marketing Conversion. In: 15th ACM Conference on Computer and Communications Security, pp. 3-14 (2008)
3. Ramachandran A., Feamster N. and Dagon D.: Revealing Botnet Membership Using DNSBL Counter-Intelligence. In: SRUTI '06, pp. 49-54 (2006)
4. Passerini E., Paleari R., Martignoni L. and Bruschi D.: FluXOR: detecting and monitoring fast-flux service networks; Emanuele Passerini. In: 5th International Conference on Detec tion of Intrusions and Malware, and Vulnerability Assessment, pp. 186-206 (2008)
5. Xie Y., Yu F., Achan K., Panigrahy R.,Hulten G. and Osipkov I.:Spamming Botnets: Signatures and Characteristics. In: ACM SIGCOMM Computer Communication Review, pp. 171-182 (2008)
6. Shah S. and Noble B. D.: A study of email patterns. In: SoftwarePractice and Experience, pp. 1515-1538 (2007)
7. Leiba B., Ossher J., Rajan V. T., Segal R. and Wegman M.:SMTP Path Analysis. In: Conference on Email and Anti-Spam (2005)
8. Rowe R., Creamer G., Stolfo S. J. and Hershkop S.: Behavior-based email analysis with application to spam detection. In: 9th WebKDD and 1st SNA-KDD 2007 Workshop on Web mMining and Social Network Analysis, pp. 109-117 (2007)

HÜCUM AŞKARLANMASI SİSTEMLƏRİNƏ MAŞIN ÖYRƏNMƏNİN TƏSİRİ

Aytac Yusif qızı Nizamova

Azərbaycan Texniki Universiteti
nizamovaaytac@gmail.com

GİRİŞ

İnformasiya sistemləri və şəbəkələri elektron hücumlara məruz qala bilər. Kommersiya məqsədləri üçün istifadə oluna bilən bu vasitələrin, eləcə də internetdə geniş yayılmış zəifliyin qiymətləndirilməsi alətlərinin mövcudluğu ilə informasiya təhlükəsizliyini pozmaq cəhdləri hər gün artır[4]. SubSeven, Nmap, LoftCrack, BackOrifce kimi alətlər sistemləri skan etmək, müəyyən etmək, araşdırmaq və nüfuz etmək üçün istifadə edilə bilər. Şəbəkələri qorumaq üçün firewall və müxtəlif antiviruslardan istifadə olunur. Yaxşı, bunlar nə dərəcədə kifayətdir? Firewall sizi xarici hücumlardan çox yaxşı qoruya bilər, lakin sisteminizdə zəiflik varsa, xəbərdarlıq etmək imkanı yoxdur. Sözdə "Script Kiddies" alt şəbəkələr üzrə skanlar da daxil olmaqla, məlum səhvlər üçün İnterneti daim skan edir. Bəzən rəqib şirkət tamamilə qanuni yollarla rəqabət üstünlüyü əldə etmək üçün kadrlar işə götürür və formalaşdırdıqları bu komanda ilə sisteminizə sızmağa çalışır. Bu səbəbdən müdaxilə aşkarlama sistemlərinin əhəmiyyəti daha yaxşı başa düşülməyə başlayıb. 2012-ci ildə aparılan sorğuda bu sistemlərdən informasiya texnologiyalarında istifadənin 60%-dən çox olduğu bildirilmişdir .Bu, aktiv bir araşdırma mövzusu olsa da və bir çox insan bu mövzuda araşdırma və inkişaf etdirsə də, bu cür hücumları effektiv şəkildə aşkarlaya biləcək standartlara malik bir sistem hələ hazırlanmamışdır.[2]

ÜSUL VƏ TƏTBİQ

Hücumların aşkarlanması üçün aşağıdakı üsullardan istifadə olunur.

1.Data-Araşdırmamızda istifadə olunacaq məlumat dəsti.

2.Metod-İlk olaraq istifadə olunacaq məlumat dəstlərimiz Aşağı Dəyişən Filtr, Yüksək Korrelyasiya Filtr və Əsas Komponent Analizi üsullarına məruz qalaraq təlimə hazır vəziyyətə gətirildi. İstifadə olunan üsullar aşağıda təsvir edilmişdir.

2.1.Aşağı Variasiya Filtri: Verilənlər dəstində kiçik dəyişiklikləri olan verilənlər sütunları çox az məlumat ehtiva edir. Beləliklə, müəyyən bir hədddən az olan bütün məlumat sütunları silinir. Diqqət edilməli olan məqam odur ki, dispersiya diapazondan asılıdır; Buna görə də, bu texnikanı tətbiq etməzdən əvvəl normallaşma tələb olunur.

2.2.Yüksək Korrelyasiya Filtri: Çox oxşar tendensiyaları olan məlumat sütunlarının da çox oxşar məlumatları daşıması ehtimalı var. Bu halda, maşın öyrənmə modelini qidalandırmaq üçün yalnız biri kifayətdir.

2.3. Əsas Komponent Analizi (PCA): Məlumat dəstinin orijinal n koordinatını ortoqonal olaraq əsas komponentlər adlanan yeni n koordinat dəstinə çevirən statistik prosedur.

2.4. Dəstək Vektor Maşını (SVM): Dəstək vektorları hipertəpəyə daha yaxın olan və hipertəpənin mövqeyinə və istiqamətinə təsir edən məlumat nöqtələridir.[3]

2.5. Sadəlövh Bayes: Sadəlövh Bayes modeli təlim verilənlər bazasındakı məlumatların xülasəsindən ibarətdir. Bu xülasə daha sonra proqnozlar verərkən istifadə olunur. [1]

NƏTİCƏ

Zərər verə biləcək hücumlara qarşı müqavimət göstərmək üçün istifadə edilə bilən sistemlərin olduğunu və bu sistemi izləyən insanların gözdən qaçıra biləcəyini nəzərə alsaq, risk faktorunu minimuma endirəcək şey bu nəzarətləri maşına buraxmaqdır. Bunun baş verməsi üçün sistemlər üçün fəlakət ssenariləri hazırlanmalı, onların əvvəlki hücumlara qarşı dayanıqlı olub-olmaması sınaqdan keçirilməli, yazılan skriptlər təhlükəsizlik faktorları nəzərə alınmaqla düzgün planlaşdırılmalı və buna uyğun inkişaf etdirilməlidir. Daim nəzarət edilməli olan sistemlər maşın öyrənmə metodlarından istifadə etməklə avtomatlaşdırıla bilər, lakin bu, sistemin tamamilə təhlükəsiz olduğu anlamına gəlmir. Çünki əvvəllər istifadə olunmamış metodu tapan təcavüzkar(lar) sistem zəifliyindən istifadə edə və zərər verə bilər. Sistemlər buna görə də davamlı inkişaf etdirilməli, mövcud texnologiya xəbərləri izlənilməli və istifadə edilən sistemlər də yenilənməlidir.

Ədəbiyyat

1. Yıldırım M. Z. (2014). Makine Öğrenmesi Yöntemleri ile Network Üzerinde Saldırı Tespiti. Yüksek Lisans Tezi, Karabük Üniversitesi, 902-1-014, s.5.
2. Jabbar M. A., Aluvalub R., Reddy S. S. S. (2017). RFAODE: A Novel Ensemble Intrusion Detection System. ScienceDirect. Procedia Computer Science 115 (2017) 226–234.
3. Aygün R. C. (2017). Derin Öğrenme Yöntemleri ile Bilgisayar Ağlarında Güvenliğe Yönelik Anormallik Tespiti. İstanbul, 2016-04-01-YL01, s.27. Erişim adresi: https://docplayer.biz.tr/64409341-Derin-ogrenme-yontemleri-ile-bilgisayar-aglarinda guvenlige-yonelik-anormallik-tespiti-r-can-aygun-danisman-doc-dr-a.html
4. Idhammada M., Afdela K., Belouchb M. (2018). Distributed Intrusion Detection System for Cloud Environments based on Data Mining techniques. ScienceDirect. Procedia Computer Science 127 (2018) 35–41.

FIRLANMA SƏTHİNİN İKİNCİ NÖV KRİSTOFFEL SİMVOLLARI

Aytən Elşən qızı Nurməmmədli

Bakı Dövlət Universiteti

aytennurmemmedli5@gmail.com

Səthlər nəzəriyyəsində Qaussun törəmə düsturu

$$\vec{r}_{ij} = \Gamma_{ij}^{k}\vec{r}_k + h_{ij}\vec{n}$$

yazılışına malikdir, burada Γ_{ij}^{k} kəmiyyətləri ikinci növ Kristoffel simvolları adlanır və

$$\Gamma_{ij}^{k} = \frac{1}{2} g^{ks}\left(\frac{\partial g_{sj}}{\partial u^i} + \frac{\partial g_{is}}{\partial u^j} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial u^s}\right) \tag{1}$$

şəklində hesablanırlar (bax, [1, səh.204], [2, səh.124]). Təqdim olunan məruzədə fırlanma səthinin ikinci növ Kristoffel simvollarının hesablanması məsələsinə baxılır.

Tutaq ki, fırlanma səthi

$$x = f(u)\cos v, y = f(u)\sin v, z = g(u) \tag{2}$$

parametrik tənlikləri ilə verilmişdir. Əvvəlcə (2) parametrik tənliklərindən istifadə edilərək, fırlanma səthinin birinci kvadratik forma əmsalları hesablanır:

$$g_{11} = f'^2(u) + g'^2(u), g_{12} = g_{21} = 0, g_{22} = f^2(u). \tag{3}$$

Sonra isə fırlanma sətinin metrik tenzorunun kontravariant komponentləri təyin olunur:

$$(g^{jk}) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{f'^2(u) + g'^2(u)} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{f^2(u)} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

(1), (3) və (4) düsturlarından istifadə olunaraq, göstərilir ki, fırlanma səthinin ikinci növ Kristoffel simvollarının aşağıdakı sıfırdan fərqli qiymətləri vardır:

$$\Gamma_{11}^{1} = \frac{f'(u) f''(u) + g'(u) g''(u)}{f'^2(u) + g'^2(u)}, \ \Gamma_{22}^{1} = -\frac{f(u) f'(u)}{f'^2(u) + g'^2(u)}, \Gamma_{12}^{2} = \Gamma_{21}^{2} = \frac{f'(u)}{f(u)}.$$

Ədəbiyyat

1. A.Səlimov. Diferensial həndəsə. Ali məktəblər üçün dərslik. Bakı: Bakı Dövlət Universiteti (2022), 278 s.
2. А.П.Норден. Теория поверхностей. Москва: ГИТТЛ (1956), 270 с.

IOT SISTEMLƏRDƏ MƏLUMATLARIN DAHA SÜRƏTLI VƏ TƏHLÜKƏSISZ DAŞINMASI ÜÇÜN MQTT SERVISLƏRINDƏN ISTIFADƏ EDILMƏSI

Yusif Cavanşir oğlu Osmanov

Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi

osmanov.yusif@outlook.com

Müasir İT infrastrukturunda bir çox sistemlər var ki, orada, klassik avadanlıqlar və texnologiyalardan istifadə heçbir üstünlük vermir. Bəzi hallarda, avadanlıqlar arasında əlaqə olur, bəzən avadanlıqlar bir-birlərini heç görmür, yəni o sistemlərin qoşulu olduğu avadanlıqların bir-birlərini görməsi təhlükəsizlik baxımıdan çox təhlükəlidir[1]. Belə tipli problemli məsələlər, müasir iqtisadiyyatda və informasiya texnologiyalarında çox tez-tez rastlanır və özləri özləri ilə aşağıdakı problemləri doğururlar:

- Bir-birlərindən coğrafi məkan baxımından çox uzaqda olmaları.
- Bir avadanlıqdan digərinə məlumatların göndərilməsi zamanı, ortaya başqa bir məlumat ötürmə provayderinin girməsi.
- Məlumat ötürülməsi zamanı üçüncü tərəfin iştirakı çox təhlükəlidir və eyni zamanda performansın aşağı düşməsinə təsir edir və s.

Yuxarıda deyilən çatışmazlıqları nəzərə alaraq, müasir dövrdə məhdud resurslu cihazlardan məlumatın başqa yerlərə ötürülməsi üçün bir transport mexanizmindən istifadə etmək lazımdır[2]. Biz MQTT texnologiyalarına müraciət etmişik və bu işdə bu texnologiyanın bir çox tətbiqlərini araşdırmışıq. MQTT aşağıdakı araşdırma nəticələrini bizə təqdim edir:

- Məhdud resurslu cihazlardan dataların ötürülməsi.
- Aşağı bant təhlükəsizliyə malik sistemlər arasında məlumat ötürülür.
- Yüksək gecikmə müddətinə malik avadanlıqlardan məlumatı çəkə bilir.
- Etibarsız şəbəkələrdə paketlərin itməməsi üçün özü müəyyən bir protokol paketlər təmin edir.

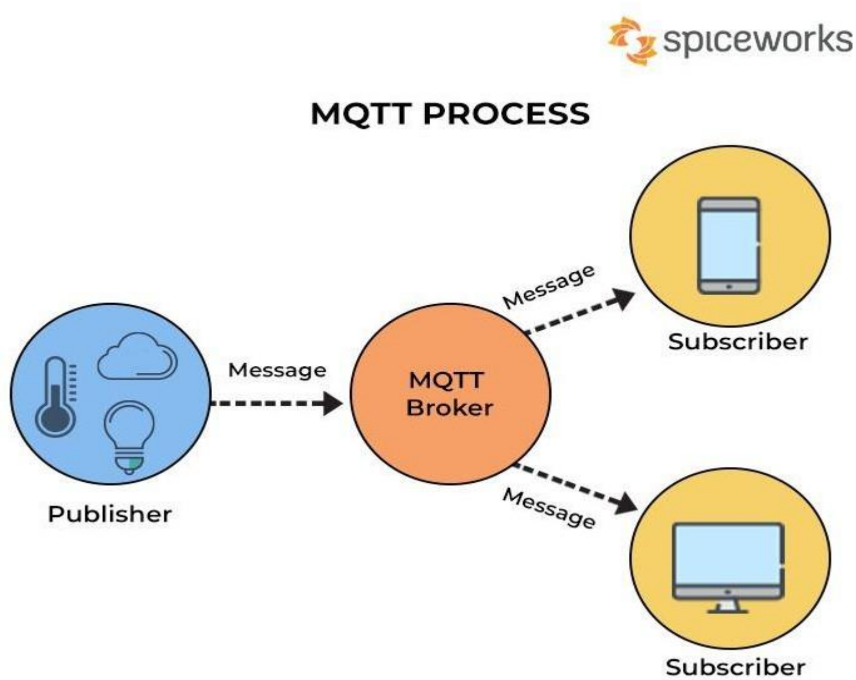
Yuxarıda deyilənləri nəzərə alaraq, MQTT haqqında aşağıdakı sxemanı vermək olar.

Bu sxemə əsasən qeyd etmək olar ki, MQTT son istifadəçiləri minimal resurs tələb edir, ona görə də burada, mikro kontrollerlərdən geniş istifadə olunur. Bu isə öz-özlüyündə, AI və IoT sistemlərdə geniş bünövrə yaradır[3].

Yaradılan bu platforma bizə imkan verir ki, aşağıdakıları deyək:

- Sistemlər arasında minimal resurs tələb edir. Bir sistemə milyonlarla İoT avadanlıq qoşa bilir[4]. Sistem və İoT avadanlıqlar arasında iki istiqamətli əlaqə yaradır. Etibarsız şəbəkələri dəstəkləyir (bu isə o deməkdir ki, İoT cihazları etibarsız mobil şəbəkəyə qoşmaq olur).

Baxılan işdə yuxarıda qeyd olunan bütün üstünlüklərin hamısı geniş şəkildə araşdırılır.



Ədəbiyyat

1. Blaize Stewart : Architecting IoT Solutions on Azure: Conquering Complexity for Scalable Device and Data Management, O'Reilly Media , 2024, 324 p.
2. Alex Khang, Vugar Abdullayev, Olena Hrybiuk : Computer Vision and AI-Integrated IoT Technologies in the Medical Ecosystem. CRC Press , 2024, 458 p.
3. Alireza Souri , Salaheddine Bendak : Artificial Intelligence for Internet of Things (IoT) and Health Systems Operability: AI for IoT and Health Systems, Springer, 2024, 201 p.
4. Shrey Sharma : Mastering IoT For Industrial Environments: Unlock the IoT Landscape for Industrial Environments with Industry 4.0, Orange Education Pvt Ltd, 2024, 254 p.

DAXILI TƏZYIQLƏ SIXILAN SFERIK QABIN UZUNMÜDDƏTLI DAĞILMASI MƏSƏLƏSI

Sahib Aydın oğlu Piriyev, Mirzəhməd Qurban oğlu Qədimov

Azərbaycan Texniki Universitet, Bakı Dövlət Universiteti

Zədələnən materialdan hazırlanmış izotrop sferik qabın daxildən sıxılması zamanısəpələnmiş dağılma məsələsi tədqiq edilmişdir. Yaranan dağılma cəbhəsinin genişlənməsini ifadə edən qeyri-xətti diferensial tənliklər qurulmuşdur. Səpələnmiş dağılma prosesinin inkişafı üçün inkubasiya müddətini təyin edən düsturlar alınmışdır.

Təzyiq qablarının uzunmüddətli möhkəmliyini ölçən zaman, adətən, daxildə saxlanılan materialın kimyəvi və digər təsirləri nəzərə alınmır. Lakin təsiredici mühitlərdə konstruksiya elementlərinin uzunmüddətli möhkəmliyinin tədqiqatları göstərir ki, kimyəvi və digər təsirlər materialların mexaniki xassələrinə əhəmiyyətli dərəcədə yumşaldıcı təsir edir. Xüsusi halda bu təsir ani möhkəmliyin son həddinin azalmasına səbəb olur. Qısamüddətli σ_π möhkəmliyinin bu son həddi aqressiv mühitin c konsentrasiyasının funksiyasıdır. [1] işində$\sigma_\pi(c)$ asılılığının xətti approksimasiyası bu şəkildə qəbul olunmuşdur:

Dağılma kriteriyası qismində σ_u gərginliklərinin intensivliyi üzrə kriteriyanı götürək:

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_\tau - \sigma_\theta) + (\sigma_\tau - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

Burada σ_r, σ_θ və σ_φ – uyğun olaraq radial və tangensial gərginliklərdir.

Yüklənmə monoton olduğundan, onda artıq yuxarıda qeyd olunduğu kimi, elastiki-zədələnmiş sferada gərginliklər elastiki sfera halında olduqları kimidir, yəni [2]:

$$\begin{cases} \sigma_r = \dfrac{pk^3}{1-k^3}\left[1-\left(\dfrac{R}{r}\right)^3\right] \\ \sigma_\theta = \sigma_\varphi = \dfrac{pk^3}{1-k^3}\left[1+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{R}{r}\right)^3\right] \end{cases}$$

burada r – cari radius və $k = \dfrac{R_0}{R}$.(1)-ə əsasən gərginliklərin intensivliyi bərabərdir:

$$\sigma_u = \left|\sigma_r - \sigma_\varphi\right| = \frac{1{,}5pk^3}{1-k^3}\left(\frac{R}{r}\right)^3 \tag{2}$$

Gərginlik intensivliyinə görə dağılma kriteriyası

$$\sigma_u + M^*\sigma_u = \sigma_0 \tag{3}$$

şəklində yaza bilərik [3]. Burada σ_0 ani möhkəmlik həddidir.

Bu düsturdan alınır ki, σ_u gərginliklərin intensivliyi öz ən böyük qiymətini $r = R_0$ olduqda boş kürənin daxili səthində alır:

$$\sigma_{u\max} = \sigma_u\big|_{r=R_0} = \frac{1{,}5p}{1-k^3} \qquad (4)$$

Bu o deməkdir ki, əvvəlcə dağılma sferanın daxili səthində $t = t_0$ zaman anında baş verəcəkdir, zamanın bu anı (4)-ü nəzərə almaqla (3) dağılma kriteriyasından təyin olunur.

$$\int_0^{t_0} M(t_0,\tau)d\tau = \frac{\sigma_0(1-\gamma)(1-k^3)}{1{,}5p} - 1 \qquad (5)$$

t_0 üçün aşkar ifadəni yazmaq üçün zədələnmə operatorunun nüvəsinin formasını konkretləşdirmək lazımdır.

$$M(t,\tau) = m(t-\tau)^{-\alpha} \; 0 < \alpha < 1,$$

Abelin zəif sinqulyar nüvəsi üçün (2.30)-dan alarıq:

$$t_0 = \left(\frac{1-\alpha}{m}\left(\frac{\sigma_0(1-\gamma)(1-k^3)}{1{,}5p} - 1\right)\right)^{-1} \qquad (6)$$

$M(t,\tau) = me^{-\alpha(t-\tau)}$ requlyar eksponensial nüvə üçün:

$$t_0 = \frac{1}{\alpha}\ln\left\{1 + \frac{\alpha}{m}\left(1 - \frac{\sigma_0(1-\gamma)(1-k^3)}{1{,}5p}\right)\right\}^{-1} \qquad (7)$$

$M(t,\tau) = m = const$ sabit nüvə üçün:

$$t_0 = \frac{1}{m}\left[\frac{\sigma_0(1-\gamma)(1-k^3)}{1{,}5p} - 1\right] \qquad (8)$$

Yuxarıda verilmiş düsturlardan alınır ki, sferik qab nə qədər nazik olarsa, yəni k parametri nə qədər kiçik olarsa, t_0 bir o qədər böyük olar, bu o deməkdir ki, daxili səthdə başlanğıc dağılma daha gec olacaqdır.

Ədəbiyyat

1. Piriyev SA, Shirinov TV, Aliyev AB. “On mathematical modeling of the damageability of a cylindrically isotropic thick pipe in a complex stress state”, Transactions Issue Mathematics. Series of Physical-Technical & Mathematics Science. National Academy of Sciences of Azerbaijan, 42(7), 24-31, 2022.
2. Akhmedov N.K. Axisymmetric problem of the elasticity theory for the radially inhomogeneous cylinder with a fixed lateral surface. Journal of Applied and Computational Mechanics 2021; 7(2) : 599-610.
3. Piriev SA. “Long-term strength of a thick-walled pipe filled with an aggressive medium, with account for damageability of the pipe material and residual strength”, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 59(1), 163–167, 2018.
4. Piriev SA. “Scattered Destruction of a Cylindrical Isotropic Thick Pipe in an Aggressive Medium with a Complex Stress State”, Engineering Cyber-Physical Systems and Critical Infrastructures, 7, 383-395, 2023.

5. Vilchevskaya EN, Freidin AB, Morozov NF. “Kinetics of the chemical reaction front in spherically symmetric problems of mechanochemistry,” Doklady Physics. 60, 175–179, 2015.
6. Yao Hua-Tang, Xuan Fu-Zhen, Wang Zhengdong, Tu Shan-Tung. “A review of creep analysis and design under multi-axial stress states”, Nuclear Engng Design, 237(18), 1969-1986, 2007.

SƏRHƏD ŞƏRTLƏRİNƏ SPEKTRAL PARAMETR DAXİL OLAN ŞTURM-LİUVİLL MƏSƏLƏSİNİN OPERATOR İNTERPRETASİYASI

Rövşən Qulu oğlu Poladov, Əmrah Məzahir oğlu Əliyev
Bakı Dövlət Universiteti
r_poladov@mail.ru emrah.eliyev44@mail.ru

Sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan Şturm-Liuvill məsələsinə baxaq:

$$(\ell y)(x) \equiv -y''(x) + q(x)y(x) = \lambda\, y(x),\ \ x \in (0,1), \tag{1}$$

$$(a_0\lambda + b_0)y(0) = (c_0\lambda + d_0)y'(0), \tag{2}$$

$$(a_1\lambda + b_1)y(1) = (c_1\lambda + d_1)y'(1), \tag{3}$$

burada λ –parametr, $q(x)$ –funksiyası $[0,1]$ parçasında kəsilməz olan həqiqi qiymətli funksiyadır, $a_i, b_i, c_i, d_i,\ i = \overline{0,1}$ –həqiiq sabitlərdir və

$$\sigma_0 = a_0 d_0 - b_0 c_0 < 0,\ \ \sigma_1 = a_1 d_1 - b_1 c_1 > 0. \tag{4}$$

şərti ödənilir. λ spektral parametri sərhəd şərtlərinə daxil olduğundan (1.1) tənliyi-nin sol tərəfindəki diferensial ifadə və (1.2), (1.3) sərhəd şərtləri $L_2(0,1)$-də adi xətti operatoru doğurmur. Onda(1.1)-(1.3) məsələsini $Ly = \lambda\, y,\ \ y \in D(L)$ şəklində inter-pretasiya etmək üçün onu aşağıdakı şəkildə yazaq:

$$\begin{gathered}(\ell y)(x) \equiv -y''(x) + q(x)y(x) = \lambda\, y(x),\ \ x \in (0,1),\\ b_0 y(0) - d_0 y'(0) = \lambda(c_0 y'(0) - a_0 y(0)),\\ b_1 y(1) - d_1 y'(1) = \lambda(c_1 y'(1) - a_1 y(1)).\end{gathered}$$

Buradan

$$\begin{pmatrix} -y''(x) + q(x)y(x) \\ b_0 y(0) - d_0 y'(0) \\ b_1 y(1) - d_1 y'(1) \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y(x) \\ c_0 y'(0) - a_0 y(0) \\ c_1 y'(1) - a_1 y(1) \end{pmatrix}$$

alarıq. Baxdığımız (1.1)-(1.3) məsələsi skalyar hasili

$$(\hat{y}, \hat{u}) = (\{y(x), m, n\}, \{u(x), s, t\}) = (y, u)_{L_2} - \sigma_0^{-1} m\bar{s} + \sigma_1^{-1} n\bar{t} \tag{1.5}$$

səklində verilən $H = L_2(0,1) \oplus \mathrm{C}^2$ hilbert fəzasında təsir edən və təyin oblastı

$$D(L) = \{\{y(x), m, n\} \in H : y(x) \in W_1^2(0,1),\ (\ell y)(x) \in L_2(0,1),$$

$$m = c_0 y'(0) - a_0 y(0),\ n = c_1 y'(1) - a_1 y(1)\}$$

H -da hər yerdə sıx olan

$$L\hat{y} = L(\{y(x), m, n\}) = \{(\ell(y)(x)), b_0 y(0) - d_0 y'(0), b_1 y(1) - d_1 y'(1)\},$$

L operatoru üçün məxsusi qiymət məsələsinə gətirilir, burada $(\cdot,\cdot)_{L_2}$ $L_2(0,1)-$ də skalyar hasildir.

Aydındır ki, L operatoru H fəzasında korrekt təyin olunmuşdur. (1.1)-(1.3) məsələsi

$$L\hat{y} = \lambda \hat{y}, \ \hat{y} \in D(L), \quad (1.6)$$

məsələsinə ekvivalentdir, yəni (1.1)-(1.3) məsələsinin və L operatorunun məxsusi ədədləri onların təkrarlanma tərtibləri nəzərə alınmaqla üst-üstədüşür, məxsusi və qoşulmuş funksiyalar arasında aşağıdakı qarşılıqlı uyğunluq mövcuddur [1, 2]

$$y_k(x) \leftrightarrow \hat{y}_k = \{y_k(x), m_k, n_k\}, \ m_k = c_0 y_k'(0) - a_0 y_k(0), \ n_k = c_1 y_k'(1) - a_1 y_k(1).$$

Teorem 1.1. Tutaq ki, (1.4) şərti ödənilir. Onda L operatoru H fəzasında öz-özünə qoşma, diskret, aşağıdan yarımməhdud operatordur. L operatorunun $\{\hat{y}_k\}_{k=0}^{\infty}$, $\hat{y}_k = \{y_k(x), m_k, n_k\}$, məxsusi vektorlar sistemi H fəzasında Riss bazisi əmələ gətirir.

Ədəbiyyat

1. Руссаковский Е.М. Операторная трактовка граничной задачи со спект- ральным параметром, полиномиально входящим в граничные условия//Функ. анализ и его приложения, 1975, т.9, № 4, с.91-92.
2. Fulton C.T. Two-point boundary value problems with eigenvalue parameter contained in the boundary conditions//Proc. Roy. Soc. Edinburgh., Sect. A, 1977, v.77, p.293-308.

NAZİKDiVARLI ELASTİK ÖRTÜKDƏ İKİFAZALI ÖZLÜ MAYENİN OXA QEYRİ-SİMMETRİK HƏRƏKƏTİNDƏ DALĞALARIN YAYILMASI

Gülnar Musa qızı Salmanova, **Təhminə Mahmudağa qızı Mahmudzadə, Ehtibar Müşfiq oğlu Məmmədov**

Bakı Dövlət Universiteti
gsm-1907@mail.ru

Təqdim olunan işdənazikdivarlı silindrik, momentsiz örtükdəikifazalı, özlü, qabarcıqlı mayedəki kiçik amplitudlu dalğaların oxa qeyri-simmetrik yayılması öyrənilir. Örtük düz, sonsuz uzun və bağlanmamış qəbul olunur. Uzundalğalı yanaşmada ədədi hesablamalar üçün nümunə kimi tərkibində az miqdarda hava olan maye-qaz qarışığı qəbul olunur. Məsələnin həlli zamanı fərz olunur ki, mayedə qabarcıqlar sferik formalıdır və onların radiusu qoyulmuş məsələdəki xarakterik ölçülərlə müqayisədə çox kiçikdir. Burada nəzərə alınır ki, qabarcıqlı mayelərin xassələri qabarcıqların formasının sferik qalmasına əsaslanır, xüsusi ilə də bu, qabarcıqların böyük dartılma və sıxılmaya məruz qaldığı hallarda özünü daha çox biruzə verir. Silindrik örtükdə qabarcıqlı mayenin fizikası və məsələnin ümumi riyazi qoyuluşu sistemdə təzyiqin dəyişməsindən çox asılı olur. Qabarcıqlı mayenin hissəcikləri ilə örtüklərin qaqrşılıqlı təsir dinamikasının məsələləri nəzəri və praktiki əhəmiyyətinə görə riyazi fizika və bütöv mühit mexanikası sahəsində tədqiqatların aktual predmetini təşkil edir. Digər tərəfdən nazikdivarlı elastiki konsntruksiyalarda maye və qaz mühitin qarşılıqlı təsirindən yaranan qüvvə, konstruksiyanın deformasiyasından asılı olur.

Baxılan sistemdə monoxromotik rəqslər nəticəsində dalğaların yayılmasının, maye mühitlə örtük arasındakı səthlərdə kinematik və dinamik kontakt şərtləri, sərhəd şərtləri nəzərə alınmaqla riyazi modeli qurulmuşdur. Özlü maye - elastik örtük sistemində yayılan dalğalar oxa qeyri-simmetrikdir. İkifazalı birsürətli maye qarışığı başlanğıc halda müvazinət vəziyyətindədir. Koordinat başlanğıcı örtüyün, həyəcanlanmanı yaradan mənbənin yerləşdiyi en kəsiyində seçilib. Eyler koordinatlarına xəttiləşdirilmiş Navye-Stoks tənliyi yazılır:

$$\rho_f \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -grad\ p + \frac{1}{3}\mu\, grad\, div\ \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u}$$

Daha sonra Kirxhof-Lyav hipotezi daxilində silindrik örtüyün hərəkət tənlikləri oxa qeyri-simmetrik hal üçün yazılır. Bu tənliklərə maye mühitin hal tənliyi, maye-örtük sistemi üçün sərhəd şərtləri qoşularaq, ikifazalı özlü maye – elastik örtükdən ibarət hidrodinamik sistem üçün məsələnin qoyuluşu tamamlanır. Qoyulmuş məsələ tədqiq edilərək, heterogen maye məhlulu ilə birlikdə örtüyün həyəcanlanmasından yaranan akustik dalğaların, sistemin komponent və fazalarının müxtəlif fiziki parametrlərdən asılı hidrodinamikası öyrənilmişdir.

Xüsusi halda qeyd etmək əhəmiyyətlidir ki, dalğaların oxa simmetrik yayılması zamanı onları xarakterizə edən bütün dinamik və kinematik parametrlər (x,θ,r) silindrik koordinatlardan yalnız ikisindən asılı olur: (x,r). Bu hal [1] işdə göstərilib. Müəlliflər burada müxtəlif parametrlərin, o cümlədən, ikifazalı özlü mayedə qabarcıqların həcmi tutumunun, daşıyıcı fazanın sıxlığının, örtük materialının (eyni zamanda, qeyri-klassik materiallar üçün) dalğaların xarakteristikasına təsirini araşdırmışlar.

Ədəbiyyat

1. Y.M. Sevdimaliyev, G.M. Salmanova, R.S. Akbarli, N.B. Nagieva.Propagation of Waves in a Hydro Elastic Shell-Viscous Liquid System, in the Presence of Gas Bubbles, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 46, Issue 12, August 2023, pp. 12176-12189.

İKİNCİ TƏRTİB YARIMXƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİYİN MƏHDUD OBLASTDA ZƏİF HƏLLİNİN VARLIĞI

Qüdrət Malik oğlu Səlimov

Bakı Dövlət Universiteti

selimov.qudret1999@gmail.com

Koordinat başlanğıcını daxilində saxlamayan $D \subset R^n$ oblastında aşağıdakı məsələyə baxaq.

$$\begin{cases} -\sum\limits_{i,j=1}^{n} - \dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(\left(\delta_{ij} + \gamma \dfrac{x_i x_j}{|x|^2}\right)\dfrac{\partial}{\partial x_j}\right) = f(u), \qquad x \in D \\ \qquad u - 0, \qquad x \in \partial D \end{cases} \tag{1}$$

burada $\gamma > -1$ və δ_{ij} Kroneker simvoludur $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ və $\left(\delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2}\right)$ əmsalları müntəzəm elliptiklik şərtini ödəyir. Fərz edirik ki, $f(u)$ funksiyası hamar funksiyadır və $1 < p < \frac{n+2}{n-2}$, $n \geq 3$, bərabərsizliyini ödəyən müəyyən p ədədi üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur.

$$\left|f(z)\right| \leq C(1+|z|^p), \quad \left|f'(z)\right| \leq C(1+|z|^{p-1}), \quad z \in R, \quad C = const > 0. \tag{2}$$

$$F(z) := \int_0^z f(s)ds$$

işarə edək. Qəbul edəcəyik ki, $F(z)$ üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir.

$\exists \gamma < \frac{1}{2}$, $0 < a \leq A$ sabitləri var ki,

$$z \in R, \quad 0 \leq F(z) \leq \gamma \cdot f(z) \cdot z \tag{3}$$

$$a|z|^{p+1} \leq F(z) \leq A|z|^{p+1} \tag{4}$$

Qeyd edək ki, (4)-dən çıxır ki, $f(0) = 0$ .Asanlıqla göstərə bilərik ki,

$$f(z) = |z|^{p-1} \cdot z$$

yuxarıdakı şərtləri ödəyir, yəni qoyulan şərtlər daxilində alınan sinif boş deyil.

Aydındır ki, $u \equiv 0$ (1) məsələsinin trivial həllidir. Trivial olmayan həllərin varlığını araşdıraq. (1) məsələsinin həllinin tərifini verək.

Həll dedikdə Sobolev mənada ümumiləşmiş həll başa düşülür. Bunun üçün tənlikdəki $\left(\delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2}\right)$ əmsallarını q_{ij} ilə əvəz edək və

$$a(u,v) = \int_D \sum_{i,j=1}^n q_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{dv}{\partial x_i} dx$$

skalyar hasilinə baxaq. Aydındır ki, skalyar hasilin doğurduğu bu norma

$$a(u,u) = \|u\|^2 = \int_D \sum_{i,j=1}^n q_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial u}{\partial x_i} dx$$

$H_0^1(D)$ fəzasındakı

$$\|u\|^2_{H_0^1(D)} = \int_D |\nabla u|^2 dx$$

normasına ekvivalentdir.

Yəni ki, aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur

$$\gamma > 0, \qquad \int_D |\nabla u|^2 dx \leq \int_D \sum_{i,j=1}^n q_{ij} \frac{du}{\partial x_j} \frac{\partial u}{\partial x_i} dx \leq (1+\gamma) \int_D |\nabla u|^2 dx$$

$$\gamma < 0, \quad (1+\gamma) \int_D |\nabla u|^2 dx \le \int_D \sum_{i,j=1}^{n} q_{ij} \frac{du}{\partial x_j} \frac{\partial u}{\partial x_i} dx \le \int_D |\nabla u|^2 dx$$

Odur ki, $H_0^1(D)$ - də normanı

$$\|u\|_{H_0^1(D)}^2 = \int_D \sum_{i,j=1}^{n} q_{ij} \frac{du}{\partial x_j} \frac{\partial u}{\partial x_i} dx$$

kimi qəbul edəcəyik. (1) məsələsinin həlli dedik də elə $u(x) \in H_0^1(D)$ başa düşəcəyik ki, $\forall \varphi(x) \in H_0^1(D)$ üçün

$$\int_D \sum_{i,j=1}^{n} \left(\left(\delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2} \right) \frac{du}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx = \int_D f(u)\varphi(x) dx$$

inteqral eyniliyi ödənilsin. Mountain Pass [1] teoremindən istifadə edərək aşağıdakı teoremi isbat edək.

Teorem. Tutaq ki, $\gamma > -1$ və $f(z)$ funksiyası (2), (3) və (4) şərtlərini ödəyir. Onda (1) məsələsinin heç olmasa bir zəif $u \not\equiv 0$ həlli var.

Ədəbiyyat

1. **L.Evans**, Partial Diferential Equations, Department of Matematics, University of California, Berkley, 2010

İNFORMASIYA SİSTEMLƏRİNDƏ HÜCUMLAR VƏ TƏHLÜKƏSİZLİYİ TƏMİN EDƏN ÜSÜLLAR

Gülşən Xaliq qızı Şəfiyeva, Nəsibə Vəli qızı Şahverdiyeva
Bakı Dövlət Universiteti
gulshan.shafiyeva@mail.ru, nasiba.shahverdiyeva@gmail.com

İnformasiya sistemi (İS) verilənləri və rəqəmsal məlumatları toplamaq, saxlamaq, emal etmək və ötürmək üçün istifadə olunan bir-biri ilə əlaqəli komponentlər toplusudur. Özündə o, xam məlumatları faydalı məlumata çevirmək üçün istifadə olunan aparat, proqram təminatı, insanlar və proseslərdən ibarətdir. İS təkmilləşdirilmiş müştəri xidmətlərini və ya səmərəliyin artırılması kimi müxtəlif biznes məqsədlərini dəstəkləyir.

İS bir çox müxtəlif funksiyaları bir araya gətirə bilən güclü bir vasitədir. Sistem komponentlərini birləşdirərək, İT departamentlərinə məlumatı səmərəli şəkildə toplamaq, saxlamaq, emal etmək və müxtəlif məqsədlər üçün yaymaq imkanı verir. Sistem həmçinin müxtəlif formatlarda və müxtəlif cihazlarda hesabat hazırlaya bilər. Hesabatlara mətn faylları, cədvəllər, qrafiklər və mürəkkəb məlumat vizualizasiyaları daxil ola bilər. Bu hərtərəfli platforma daxili əməliyyatları asanlaşdırır və müəssisələrə məlumatlara tez və dəqiq daxil olmaq imkanı verir. İS-in effektivliyi onun təşkilatın məqsədlərinə uyğunluğundan, etibarlılığından, təhlükəsizliyindən və istifadəsindən asılıdır.

"CIA triada"dakı üç hərf Məxfilik, Tamlıq və Əlçatanlıq deməkdir. CIA triadası təhlükəsizlik sistemlərinin inkişafı üçün təşkil edilən ümumi modeldir.

Məlumatın məxfiliyi, tamlığı və əlçatanlığı biznesin fəaliyyəti üçün çox vacibdir və CIA triadası bu üç ideyanı ayrı-ayrı mərkəzlərə bölür. İdeal olaraq, hər üç standart yerinə yetirildikdə, təşkilatın təhlükəsizlik profili daha güclü olur və hadisələri idarə etmək üçün daha yaxşı təchiz edilir.

Məxfilik məlumatların məxfi və ya gizli saxlanmasına əmin olmaq üçün təşkilatın səylərini əhatə edir. Buna nail olmaq üçün yəni məlumatların icazəsiz paylaşılmasının qarşısını almaq üçün məlumatlara girişə nəzarət edilməlidir.

Tamlıq məlumatların etibarlı olmasına və saxtakarlığın olmamasına əmin olmaqdan ibarətdir. Məlumatların tamlığı yalnız məlumatlar orijinal, dəqiq və etibarlı olduqda qorunur.

Məlumat məxfi saxlanılsa və onların tamlığı qorunsa belə, təşkilatdakı şəxslər və onların xidmət göstərdikləri müştərilər üçün əlçatan olmadıqda, çox vaxt faydasız olur. Bu o deməkdir ki, sistemlər, şəbəkələr və tətbiqlər lazım olduqda işləməlidir. Həmçinin, spesifik məlumatlara çıxışı olan şəxslər ehtiyac duyduqlarında onu istehlak edə bilməlidirlər və bunun üçün çox vaxt sərf etməməlidirlər.

Məxfiliyi pozan fişinq elə bir hücumdur ki, bu zaman zərərli aktyorlar özlərini etibarlı şəxs və ya qurum kimi təqdim edib mesajlar göndərirlər. Fişinq mesajları istifadəçini manipulyasiya edərək, onların zərərli fayl quraşdırmaq, zərərli linki klikləmək və ya şəxsiyyət vəsiqəsinin FİN kodu kimi həssas məlumatı açıqlamaq kimi hərəkətləri yerinə yetirməsinə səbəb olur.

Bəs fişinqin əlamətləri hansılardır? 1. Təhdidlər; 2. Mesaj tərzi; 3. Qeyri-adi istəklər; 5. Etibarnamə; 6. Ödəniş məlumatı və ya digər şəxsi təfərrüatlar üçün sorğu.

Təşkilatların fişinq hücumları riskini azaltmağın bir neçə yolu var: 1. İşçilərin maarifləndirilməsi təlimi; 2. E-poçt təhlükəsizliyi həllərini yerləşdirilməsi; 3. End Point monitorinqi və qorunmasından istifadə edilməsi.

Tamlığı pozan Man-in-the-middle (ortadakı adam-MITM) hücumları cinayətkarın iki tərəf arasında məlumat və ya söhbətlərə müdaxilə etdiyi kiberhücum növüdür. Onlar məlumatları dəyişdirə və ya oğurlaya bilərlər.

MITM hücumlarını aşkar etmək çətindir, çünki onlar tez-tez real vaxt məlumat ötürülməsi və söhbətlərdən istifadə edirlər. Bununla belə, MITM hücumunu göstərən bir neçə əlamət var: 1. Saytları yükləyərkən və ya proqramlardan istifadə edərkən ciddi gecikmə; 2. Həqiqi adın məsələn, website.com əvəzinə saxta URL–web5ite.com adın verilməsi; 3. Tez-tez və təsadüfi kəsilmələr.

Xoşbəxtlikdən, güclü kibertəhlükəsizlik sistemi qurmaq üçün bir çox taktika və alətlər var: 1. VPN istifadə edilməsi; 2. Parolun güclü edilməsi; 3. Mütəmadi olaraq təlimlərin keçirilməsi.

Və son olaraq əlçatanlığı pozan Ransomware qurbanın kompüterinə və ya şəbəkəsinə sirayət edən və onların fayllarını şifrələyən və ya sisteminə girişi məhdudlaşdıran zərərli proqram növüdür. Bundan sonra təcavüzkar məlumat və ya sistemə girişi bərpa etmək müqabilində qurbandan fidyə ödəməsini tələb edir.

Ransomware hücumları infeksiya, məlumatların şifrələnməsi və fidyə tələbləri daxil olmaqla bir neçə mərhələni əhatə edir. Erkən aşkarlama məlumatların mümkün qədər təhlükəsiz saxlanması üçün vacibdir. Ransomware hücumlarının mürəkkəbliyini nəzərə alaraq, şirkətlərin mürəkkəb hücumçulardan müdafiəyə kömək etmək üçün ən yaxşı təcrübələrə əməl etməsi mütləqdir: 1. Məlumatlar nüsxələnməlidir; 2. Ağ siyahıda olan tətbiqlər ayrılmalıdır; 3. Şəbəkə seqmentasiyası həyata keçirilməlidir; 4. Son nöqtələr (endpoints) qorunmalıdır.

RIYAZIYYAT MÜƏLLIMI HAZIRLIĞINDA RIYAZI VƏ METODIK HAZIRLIĞIN QARŞILIQLI ƏLAQƏSI.

Əmirağa Məmmədağa oğlu Şixəmmədov
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
amiragashixemmedov@mail.ru

Bəşəriyyət inkişaf etdikcə ictimai-mədəni həyatın bütün sahələrində modernləşmə ilk növbədə strateji əhəmiyyət kəsb edən təhsil sahəsində özünü göstərir. Dünyanın təhsil sistemində əldə edilən bütün nailiyyətlər diqqət mərkəzinə çıxır və ayrı-ayrı ölkələrin pedaqoji sahədə çalışan peşəkar mütəxəssisləri tərəfindən nəzərdən keçirilərək qiymətləndirilir.

Bu baxımdan riyaziyyat elmi ümumbəşər mədəniyyətinin bir hissəsi olub, elm və texnikanın dilidir, dünya mədəniyyətinin tərkib hissəsidir. Onun köməyi ilə təbiətdə və cəmiyyətdə baş verən bir çox hadisələr və proseslər modernləşdirilir, öyrənilir və proqnozlaşdırılır. Hər bir insan gündəlik həyatında, əməli fəaliyyətində riyaziyyatla qarşılaşır, riyazi bilik və bacarıqların olmasından faydalanır. Riyazi biliklərə malik olmaq, müasir texniki vasitələrlə davranmağı, müxtəlif sosial-iqtisadi və siyasi informasiyalar əldə edilməsini və qavranılmasını asanlaşdırır. Rasional ədədlərəməlləri, tənasübü, həndəsi fiqurlar haqqında anlayışları, cədvəl, diaqram və qrafik şəkildə verilmiş məlumatları oxumağı təsadüfü hadisələrin ümumi qanunauyğunluqlarını və s. bilmədən müasir cəmiyyətdə normal yaşamaq mümkün deyil.

Riyaziyyat bir elm olmaqla insanların əməli fəaliyyətindən doğan tələbat kimi yaranaraq öz daxili qanunauyğunluqları ilə inkişaf edir. Gündəlik həyatda dəqiq və humanitar elm sahələrinin inkişafında, texnika və texnologiyaların təkmilləşdirilməsi prosesində ortaya çıxan problemlərin həllində insanların yaxın köməkçisinə çevrilir.

Pedaqoji universitetlərdə riyaziyyat müəllimi hazırlığında riyaziyyatın tədrisi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Kompüter texnikasından və elmi metodlardan istifadə edilməsi həm orta məktəbdə, həm də ali məktəbdə riyaziyyatın tədrisi səviyyəsinin yüksəldilməsini bir vəzifə kimi qarşıya qoyur. Məktəblərdəriyaziyyatın lazımı səviyyədə tədrisini isə yüksək hazırlığa malik müəllimlər təmin edə bilərlər. Buradan belə nəticəyə gəlmək olar ki, məktəbdə riyaziyyattədrisinin müvəffəqiyyəti ali məktəbdə müəllim hazırlığından əsaslı şəkildə asılıdır.

Müasir təhsil konsepsiyasında tələbələrin düşünmə və idrak fəaliyyətinin maksimum inkişaf etdirilməsi prinsipi başlıca rol oynayır. Deməli, gələcək riyaziyyat müəllimini XXI əsrin məktəbinin tələbləri səviyyəsində hazırlamaq tələb olunur. Bütün bunlar riyaziyyat fənnini tədris edənmüəllimlərin riyazi hazırlığını özünəməxsus yüksək tələblərin verilməsini qarşıya qoyur. Hər bir riyaziyyat müəllimi riyazi strukturlar və onların modellərini elmi-nəzəri aspektinə dərindən yiyələnməklə yanaşı, onların ekvivalent tərifini, xassələrini bilməli, funksional asılılıqları aşkar etmək vərdişlərinə malik olmalıdır.

Son illərdə ali pedaqoji universitetlərdə riyaziyyatın tədrisi sahəsində xeyli dəyişikliklər həyata keçirilmişdir. Belə ki, riyaziyyat fəninin yeni dövlət standartları və müvafiq fənn proqramları hazırlanmışdır. Bunlar isə öz növbəsində tələbələrdən riyazi hazırlıq, müəllimlərdən isə təlim materialını daha yüksək səviyyədə tədris etməyi tələb edir. Orta məktəbdə ali riyaziyyat elementləri ilə yanaşı, riyazi fənlər ayrılıqda tədris edilir. Lakin tədris planında və proqramlarda mövzular vaxt etibarı ilə elə bölünmüşdür ki, həm ixtisas fənnləri, həm də qonşu fənnlər arasında əlaqələrin yaradılması biliklərin inteqrasiyasını təmin edən faktora çevrilir.

Günün tələblərinə cavab verən peşəkar müəllimin hazırlanmasızamanı aşağıdakı məsələlərin nəzərdə tutulması mühim rol oynayır;

1) Tədris planları və proqramlarının təkmilləşdirilməsi;
2) Tədris materialının məzmununda milli nəaliyyətlərin geniş işıqlandırılması;
3) Tələbələrin elmi –metodiki vasitələrlə təmin edilməsi;
4) Tələbələrin müstəqil işləmələrinin səmərəli yollarının müəyyənləşdirilməsi;
5) Tələbələrin elmi və metodik xarakterli tədqiqat işlərinə cəlb edilməsi;
6) Məktəblərdə keçirilən pedeqoji təcrübənin məzmunu və formasının təkmilləşdirilməsi;
7) Abutriyent qəbulunda pedeqoji işə olan maraqların nəzərə alınması və s.

Riyaziyyat müəlliminin hazırlığı əsasən üç mərhələyə bölünür;

1) Ali məktəbə qədərki dövr;
2) Ali məktəb dövrü:
3) Riyaziyyat müəllimi kimi fəaliyyət göstərdiyi dövr;

Bu mərhələlər bir –biri ilə qarşılıqlı əlaqədədir.Bunların içərisində ən mühüm mərhələ ali məktəb dövrüdür.Çünki məhz ali məktəbdə tələbə həm riyaziyyat elminin zəruri məsələlərini öyrənir, riyazi biliyi inkişaf edir,riyaziyyat müəllimi peşəsinin əsaslarına yiyələnir, həm də elmi –metodiki yaradıcılığa həvəsi artır.Bu işdə tələbələrin müstəqil işə cəlb edilməsi,onlara yaradıcılıq tələb edən elmi və metodiki tapşırıqların verilməsi, nəticələrinin yoxlanmasıvə xüsusi qeyd edilməsi mühüm rol oynayır.Tələbə riyaziyyatdan müəyyən bir məsələninümumi şəkildə həlli yolunu tapırsavə bu onun ilk yaradıcı işidirsə, onun sevincinin həddi hüdudu olunar.Belə işlərin səmərəli təşkili gələcəkdə yüksək ixtisaslıkadrların yetişməsinə gətirib çıxarır.

Tədqiqatlar göstərir ki, gələcək riayziyyat müəllimlərində elmi informasiya tələbatın artırılması bir sıra şərtlərin gözlənilməsi vacibdir;

1) Tələbələrin riyaziyyat elminə həvəsinin artırılması vəbu sahədəbiliyini dərinləşdirməyə meyl göstərməsinə şəraitin yaradılması;
2) Tələbələrin elmi dərnəklərə və disputlaracəlb edilməsi;
3) Tələbələrin problem xarakterli məruzəvə çıxışlarda iştirakı;
4) Tələbələrin elmi cəmiyyət dərnəklərində təşkilati işləri onların özlərinə həvalə edilməsi və s.

Ali pedeqoji məktəbin riyaziyyat kursunun elmi və tədris ideyaları əsasən aşağıdakı fənlər üzrə öz əksini tapır: riyazi analiz, ali cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi, ədədi sistemlər, riyazi məntiq, həndəsə kursları, elementar riyaziyyat, riyaziyyatın tədrisi metodikası, informatika və ehtimal nəzəriyyəsi və s.

Məlum olduğu kimi bu fənlər olduğu kimi bu fənlər özləri müxtəlifbölmələrdən ibarətdir.Bunların arasındakı əlaqələrin aşkar edilməsi, qeyri –standart situasiyalarda bu biliklərin tətbiq edilməsi gələcək riyaziyyat müəlliminin peşə hazırlığında mühüm rol oynayır.Belə ki, riyazi analiz, ali cəbr, ədədlər nəzəriyyəsi ilə digər fənlərin tədrisi və qazanılan biliklərin orta məktəbin riyaziyyat kursu ilə əlaqələndirilməsi əslində ali və orta məktəb kursları arasında varisliyin təmin edilməsi, fənlərarası əlaqələrin reallaşdırılması deməkdir.Bu isə tələbənin riyazihazırlığının peşə -pedaqoji istiqamətini təmin edir. Müasir dövrün həm ali və həm də orta məktəbinin təhsil alanları əvvəlki illərdəkindən ciddi fərqlənir.İqtisadi tələblər,təhsilin sosial bazasındakı dəyişikliklər gələcək riyaziyyat müəlliminin bir fərd kimi, bir mütəxəssis kimi statusunda bəzi dəyişiklikləri zəruri edir.Bu iki cəhətdən özünü göstərir:

1.Müasir riyaziyyat müəllimi məktəbdə kompüterləşmə məsələlərini bilməli, fərdi kompüterləri işlətməyi və şagirdlərə öyrətməyi bacarmalıdır.

2.Riyazi modelləşdirmə, riyazi proqramlaşdırmaməsələlərindən baş çıxarmalı və bunlarınelementlərinin məktəbdə tətbiqini və tədrisini bacarmalıdır.

Gələcəkriyaziyyat müəlliminin tam hazırlığı ilk növbədə onların elmi və metodiki hazırlığı ilə müəyyən edilir.O, öz ixtisasını və peşəsini sabahkı məktəbin tələblərinə cavab verəcək səviyyədə saxlamalıdır. Gələcək riyaziyyatmüəlliminin ali məktəbdə qazandığı pedaqoji təhsili elə ümumnəzəri bünövrəyə malik olmalıdır ki, müəyyən müddət üçün o, öz qüvvəsini saxlasın və bunun əsasında özünütəhsil vasitəsilə biliklər sistemini günü – gündən təzələmək imkanı olsun. Ali pedaqoji məktəbdə qazanılan riyazi biliklər siteminin sintezindən yaranan ümumi riyazi hazırlıq məktəb riyaziyyat kursunun müvəffəqiyyətlə tədris etməyəimkan versin.

Bu isə günün ən başlıca tələblərindən biridir.

Ali pedaqoji məktəblərin riyaziyyat fakültəsində tələbələr zəruri olan riyazi biliklərini genişləndirmək və dərinləşdirməklə yanaşı, həm də peşəhazırlığına xidmət edən riyaziyyatın tədrisi metodikası fənnini öyrənirlər. Bu məqsədlə riyaziyyat müəlliminin metodiki hazırlığının əsas məsələlərini aşağıdakı kimi müəyyənləşdirmək olar:

1.Müəllimlik peşəsinə yiyələnmək prossesində, tərbiyə məsələləri də əhatə olunur,yəni gələcək müəllimdə yaradıcı peşə təfəkkürü formalaşmaqla yanaşı, həm də peşə-mənəvi keyfiyyətlər tərbiyə olunur.

2.Müəllimin metodiki hazırlığı onun peşə təfəkkürünün formalaşmasında xüsusi rol oynayır .Çünki ali məktəb təhsilinin son illərində metodiki fənlərin tədrisi nəticəsində riyazi biliklər ilə metodiki biliklərin sintezi yeni məzmunda özünü göstərir.

3.Gələcək riyaziyyat müəlliminin metodikibiliklər sisteminə aşağıdakıların daxil edilməsi:

a) Müxtəlif psixolojivə ümumdidatik yanaşmalara əsaslanan və riyaziyyat təliminin müxtəlif nəzəri konsepsiyalarınadair biliklər.

b) Riyaziyyat təliminin metodologiyasına biliklər (təliminmetodları və priyomları).

c) Riyaziyyat təlimi xüsusiyyətlərini nəzərə almaqla, metod və priyomların tətbiqi texnologiyaların tətbiqi texnologiyasına dair biliklər.

4.Müəllimin metodiki bacarıqları məzmununaaşağıdakıların daxil edilməsi:

- tədris olunacaq materialı məntiqi –didaktik təhlil etmək bacarığı;
- tədris olunacaq materialı məntiqi strukturu və məzmunuilə yanaşı şagirdlərin imkanlarını və təlimin məqsədlərini nəzərə alınmaqla, müvafiq metod və priyomları seçmə bacarığı;
- orta məktəb riyaziyyatının istənilən mözusunun tədrisi texnologiyasını hazırlamaq bacarığı;
- şagirdlərin təlim fəaliyyətinə görə fərqləndirmək bacarığı;
- tədris materialının tərbiyəedici və inkişafetdirici imkanlarından düzgün istifadə etmək bacarığı.

Tədris materialının məntiqi strukturunuvə təlimin məntiqi priyomlarını başa düşməklə yanaşı, təlim metodlarını seçməyi,şagirdfəaliyyətini idarə etməyi, təlimin prosesini intensivləşdirməyi bacarmaqvə s məsələlər müəllimin peşə təfəkkürünü təşkil edir.

Gələcək müəllimlərin peşə hazırlığındariyaziyyatın tədrisi metodikası fənni üzrə praktik və seminar məşğələlərinin məzmunundüzgün müəyyən edilməsi çox mühüm rol oynayır. Bu cəhətdən təlim prossesində metodiki məsələlərin həll edilməsi böyük əhəmiyyətə malikdir.

Pedaqoji ədəbiyyatda “pedaqoji məsələ“ terminindən istifadə edilir və təlim prosesində tələbələri müəllimlik peşəsinə hazırlamaq üçün həmin məsələlərdən geniş istifadə edilir. Ümumiyyətlə, məsələ dedikdə -müəyyən kəmiyyətlər və ya hadisələr arasındakı asılılıqlara və verilmiş müəyyən qiymətlərə görə məlum olmayan qiymətin və ya asılılığın tapılması tələbi başa düşülür. Bu baxımdan, tələbənin metodiki hazırlığını əməli cəhətdən başa düşmək üçün metodiki anunauyğunluqları açıb göstərənməsələlərdən istifadı edilir.

Metodiki məsələ müəyyən mənada parametr daxil olan məsələlərixatırladır. Bu və ya digər tədris situasiyasında konkret şərtlərdən asılı olaraq, metodiki məsələlərin müxtəlif həlləri ola bilər. Tədrissituasiyasının variantları çoxaldıqca, məsələnin mürəkkəbliyi də artır.

Pedaqoji ədəbiyyatda metodiki məsələləri iki qrupa ayırırlar:

1.Dərslikdəki materialın şərhi ilə bağlı olanməsələlər;

2. Təlim prosesi ilə bağlı olan məsələlər.

Birinci qrupa aşağıdakı məsələləri aid etmək olar:

1.Dərsliyin hər hansı mövzusuna aid struktur blok-sxemin tərtib edilməsi.

2. Tərifin məntiqi təhlili:

- anlayışın dərk edilməsi sxeminin tərtib edilməsi;
- verilən anlayışın başqa anlayışla əlaqə sxeminin tərtib edilməsi;
- anlayışların təsnif sxeminin tərtib edilməsi.

3. Teoremlərin isbatı ilə bağlı məsələlər:

-teoremin isbatına aid blok – sxemin tərtib edilməsi;
- isbatın məntiqi mərhələlərinin ayırd edilməsi;
- teoremin yeni isbat üsulunun axtarılması.

4. Verilmiş tipli standart məsələnin həlli alqoritmi üzərində iş:

- verilmiş tipli məsələnin həlli alqoritmi üçün blok- sxemin tərtib edilməsi;
- şagirdlərə alqoritm qurmağı öyrətmək.

5.Şagirdlərə məsələ tərtib etməyi öyrətmək.

İkinci qrupa aşağıdakı məsələləri aid etmək olar:

1.Riyaziyyatın tədrisi prosesində meydana gələn müxtəlif pedaqoji situasiyaların təhlili.

2.Müxtəlif təlim metodlarının tətbiqilə tədris prosesinin modelləşdirilməsi.

3.Müxtəlif əyani vasitələrin və didaktik materialların hazırlanması.

4.Məktəbin riyaziyyat kabinəsini təchiz etmək.

Praktik və ya seminar məşğələlərində metodikiməsələlərin həlli əsasən müzakirə və müxtəlif rəylərin, fikirlərin tutuşdurulmasına, müqayisə edilməsinə gətirilir. Burada tələbənin pedaqoji fəaliyyətinə üstünlük vermək lazımdır.Çünki onun riyaziyyatdan ilan elmi biliyi ilə metodiki biliyi çuğlaşır və yeni keyfiyyət kəsb edir.

Tələbələrin metodiki hazırlığını təmin etmək məqsədilə, pedaqoji proseslərin bütün elementləri ilə onları tanış etmək lazımdır. Bu məqsədlə aşağıdakı metodiki işlərin icrasını tələbələrə həvalə etmək olar:

1.Şagirdlərin yazı işlərinin yoxlanılması və qiymətləndirilməsi;

2.Şagirdlərin yoxlama işləri nəticələrinin təhlili;

3.Riyaziyyatdan sinifdənxaric tədbirlərin keçirilməsi, görülmüş işin nəticəsinin təhlili;

4.Hazırlanmış dərsin icmalına rəy verilməsi;

5.Elmi-metodiki məruzə və referat hazırlanması;

6.Məktəbin riyaziyyat kabinəsi və onun iş rejimi ilə tanışlıq.

Ali pedaqoji məktəbdə tələbələrlə aparılan sistematik iş onları gələcək peşəyə həvəsləndirir. Belə ki, metodiki məsələni həll etmək məqsədilə tələbələrə müəyyən mənbələr göstərilir və onlar növbəti məşğələyə hazırlaşarkənhəmin mənbələrdən istifadə edirlər.

Tərəfimizdən tələbələrə təqdim olunan metodiki məsələlərin siayahısı əsasən aşağıdakılardan ibarətdir:

1.Məsələ həlli vasitəsilə təlimə dair dərs fraqmenti hazırlamaq (dərsiklərdən istifadə etməklə) ;

2.Tədqiqat metodunun məktəb riyaziyyat kursunun müəyyən bir mövzusuna tətbiqinə aid metodik işləmə hazırlamaq;

3.İnduktiv metodun tətbiqinə dair riyaziyyat dərslərindən fraqment hazırlamaq;

4.Deduktiv metodun tətbiqinə dair riyaziyyat dərslərindən fraqment hazırlamaq;

5.Müəyyən tipli məsələlərin həlli üçün ümumi alqoritmin işlənib hazırlanması;

6.Cəbri məsələlərin həlli metodikasını işləyib hazırlamaq;

7.Məktəb həndəsə kursundan hər hansı teoremin isbatına aid (axtarış, isbat prosesi və yekun tətbiqləri) dərs fraqmentinin işlənib hazırlanması;

8.Hər hansı teoremin iki metodla verilmiş isbatından hansının əlverişli olduğunu əsaslandırmaq.

Yuxarıda göstərilən amilləri nəzərə alaraq, riyaziyyat müəllimi hazırlığında riyazi və metodiki işlərin müasir səviyyədə qurulması, gənc mütəxəssis hazırlığı və peşə səriştəlliyinin daima yüksək səviyyədə saxlamağa imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S. Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı 2012
2. Mehrabov A.O. Azərbaycan təhsilinin müasir problemləri. Bakı 2007
3. Ağayev Ə.Ə . Təlim prossesi ənənəvi və müasirlik. Bakı 2006
4. Kurikulum jurnalları.

5. Abdurazaqov R,, Məsimov N., Cəlilova S. Məktəbdə yeni informasiya texnologiyalarından istifadənin yeri və rolu. Azərbaycan məktəbi 2011.№2

SOFT TOPOLOJİ QRUPLARIN STRUKTURU HAQQINDA

Aynur Müslüm qızı Şükürova, Sədi Andam oğlu Bayramov

Bakı Dövlət Universiteti

0aynur123@gmail.com, baysadi@gmail.com

Tərif 1. Tutaq ki, τ - G qrupunda təyin olunmuş bir topologiya, (F, A) isə G üzərində təyin olunmuş boş olmayan bir soft çoxluqdur. Əgər

(a) istənilən $a \in A$ üçün $F(a)$ G-nin altqrupudursa, və

(b) $F(a) \times F(a)$ topoloji fəzasının $F(a)$-ya $(x, y) \to x - y$ inikası istənilən $a \in A$ üçün kəsilməzdirsə, onda (F, A, τ) üçlüyünə G üzərində təyin olunmuş soft topoloji qrup deyilir.

Teorem 1. Topoloji (qeyri-diskret) qrup üzərində təyin olunmuş hər bir soft qrup soft topoloji qrupdur.

Teorem 2. Tutaq ki, (F, A, τ) və (K, B, τ) G üzərində təyin olunmuş soft topoloji qruplardır. Onda

(1) $(F, A, \tau)\,\tilde{\Pi}\,(K, B, \tau)$ Bi-kəsişməsi boş deyilsə, G üzərində təyin olunmuş topoloji qrupdur.

(2) $(F, A, \tau) \cap_E (K, B, \tau)$ genişləndirilmiş kəsişməsi G üzərində təyin olunmuş soft topoloji qrupdur.

Teorem 3. Tutaq ki, (F, A, τ) və (K, B, τ) R üzərində təyin olunmuş soft topoloji qruplardır, harada ki τ - G üzərində təyin olunmuş bir topologiyadır. Onda

(1) $(F, A, \tau) \wedge (K, B, \tau)$ boş deyilsə, G üzərində təyin olunmuş soft topoloji qrupdur.

(2) əgər A və B bir-birilə kəsişmirlərsə, $(F, A, \tau)\,\tilde{\cup}\,(K, B, \tau)$ G üzərində təyin olunmuş topoloji qrupdur.

Tərif 2. Fərz edək ki, (F, A, τ) və (K, B, τ') müvafiq olaraq G və G' üzərində təyin olunmuş soft topoloji qruplardır, harada ki τ və τ' müvafiq olaraq G və G' üzərində təyin olunmuş topologiyalardır. Tutaq ki, iki $f: G \to G'$ və $g: A \to B$ inikası verilib. Aşağıdakı şərtlər ödənirsə, (f, g) cütünə soft topoloji qrup homomorfizmi deyilir:

(a) f qrup epimorfizmi, g isə suryektiv inikasdır;

(b) $f(F(a)) = K(g(a))$;

(c) $f_a : (F(a), \tau_{F(a)}) \to (K(g(a)), \tau'_{K(g(a))})$ inikası kəsilməzdir.

Bu halda deyirlər ki, (F, A, τ) üçlüyü (K, B, τ') üçlüyünə soft topoloji olaraq homomorfdur, və bu munasibət $(F, A, \tau) \sim (K, B, \tau')$ kimi işarə olunur.

Teorem 4. Tutaq ki, (F, A, τ) - (G, τ) topoloji qrupu üzərində təyin olunmuş bir soft topoloji qrupdur. Onda

(1) $([F]_G, A, \tau)$ da (G, τ) üzərində təyin olunmuş soft topoloji qrupdur;

(2) $(F, A, \tau) \tilde{\subset} ([F]_G, A, \tau)$;

(3) (F, A, τ) və (K, B, τ) (G, τ) üzərində təyin olunmuş soft topoloji çoxluqlardırsa, $([F]_G, A, \tau) \otimes \cup ([K]_G, B, \tau) \tilde{\subseteq} [(F, A, \tau) \otimes \cup (K, B, \tau)]_G$.

Tərif 3. Tutaq ki, (F, A, τ) - G üzərində təyin olunmuş soft topoloji qrup, (F', A, τ') isə X üzərində təyin olunmuş soft topoloji fəzadır. Onda (F, A, τ)-nun (F', A, τ')-ya soldan yumşaq (kəsilməz) təsiri bir kəsilməz

$$\theta_\varepsilon : F(\varepsilon) \times F'(\varepsilon) \to F'(\varepsilon)$$

inikasıdır, və bu inikas ixtiyari $\varepsilon \in A$ üçün aşağıdakı xassələrə malikdir:

i. $\theta_\varepsilon(e, x) = x \quad \forall x \in F'(\varepsilon)$;

ii. $\theta_\varepsilon(g, \theta_\varepsilon(h, x)) = \theta_\varepsilon(gh, x) \quad \forall x \in F'(\varepsilon), \forall g, h \in F(\varepsilon)$.

(F', A, τ') soft topoloji fəzasına yumşaq G-fəza deyilir. Aydındır ki, hər bir Π_ε bütün $\varepsilon \in A$-lar üçün soldan kəsilməz təsir inikasıdır. Analoji qayda ilə sağdan kəsilməz təsir inikasina da tərif vermək olar.

Tərif 4. Tutaq ki, (F', A, τ') soft topoloji fəzası soft G-fəzasıdır. Onda (F, A, τ)-ya (F', A, τ')-də təyin olunmuş soft topoloji transformasiya qrupu deyilir.

Təklif 1. Tutaq ki, (F', A, τ') - X üzərində təyin olunmuş soft topoloji fəza, (F'', A, τ'') isə Y üzərində təyin olunmuş soft topoloji fəzadır. Əgər (F', A, τ') və (F'', A, τ'') iki soft G-fəzalardırsa, onda $(F' \times F'', A, \tau' \times \tau'')$ də soft G-fəzadır.

Ədəbiyyat

1. Tarıq Shah, Salma Shaheen – Soft topological groups and rings(received 24 february 2013; accepted 17 jun 2013)
2. Gulay Oguz – Soft topological transformation groups(received 20 july; accepted 3 september 2020)

MƏSAMƏLİ MÜHİTDƏ İDEAL VƏ REAL QAZIN HƏRƏKƏT TƏNLİKLƏRİ

Müsrəddin Musa oğlu Tağıyev, Səbinə Kazixanova Tamirlanovna

Bakı Dövlət Universiteti

kazikhanovasabina@gmail.com

Qeyd edək ki , ideal və real qazların hərəkətini öyrənmək üçün hərəkət edən maye hissəciklərinin sürətlərinin zamandan asılı olaraq dəyişməsini və həmdə mayeyə təsir edən qüvvələr nəticəsində hissəciyin fəzada tutduğu yeri bilmək lazımdır. Məlum olduğu kimi , ideal qazlardan fərqli olaraq real qaz hissəcikləri təzyiq qüvvəsindən başqa , toxunan qüvvələrlə də bir-birinə təsir edir. Digər tərəfdən ideal qazların hidrodinamiki təzyiqi koordinatlardan başqa həmdə zamandan asılı olduğu halda real qazların hərəkət tənliyi daha da mürəkkəb olur. Ona görə də real qazların hərəkəti ideal qazların hərəkətindən fərqlənir. İdeal və real qazların məsaməli mühitdə qərarlaşmış və qərarlaşmamış hərəkəti təcrübi üsulla ilk dəfə akademik L.S.Leybenzonun rəhbərliyi altında öyrənilmişdir. Məsaməli mühitdə qazın qərarlaşmış hərəkəti üzərində aparılmış təcrübi tədqiqatın nəticələri göstərir ki , qazların süzülməsi Darsi qanununa və düzxətli olmayan süzülmə qanununa tabedir.

Təcrübələr nəticəsində müəyyən edilmişdir ki , mayelərin məsaməli mühitdə hərəkətinin düzxətli və düzxətli olmayan süzülmə qanunları qazlar üçün də doğrudur. Ona görə də mayelərin süzülmə düsturlarını qazlara da tətbiq etmək olar. Aparılan tədqiqatlar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki , qazların qərarlaşmış süzülməsində temperatur əhəmiyyətsiz dərəcədə (hətta böyük təzyiq fərqində belə) azalır. Ona görə də qazların qərarlaşmış süzülməsinin izotermik prosesdə olduğu qəbul edilir.

Təqdim olunan tezisdə iki hala baxılır: a) ideal qazın hərəkət tənlikləri , b) real qazın hərəkət tənlikləri.

a) İdeal qazın hərəkət tənlikləri. İdeal qazın hərəkət tənliyini çıxarmaq üçün onun hal tənliyindən və sıxılan maye üçün çıxarılmış hərəkət tənliyindən istifadə olunur:

$$\frac{p}{p_{at}} = \frac{\rho}{\rho_{at}} \ , \qquad (1)$$

$$\frac{k}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right] = m\frac{\partial \rho}{\partial t} \ . \qquad (2)$$

burada $\rho, \rho_{at}-$ qazın , p və p_{at} təzyiqlərində sıxlığı , k və $\mu-$uyğun olaraq keçiricilik və dinamik özlülük əmsalları , $p-$təzyiq , $m-$məsaməlilikəmsalıdır. (1)-(2) tənlikləri birlikdə həll edilir və müəyyən çevrilmədən sonra aşağıdakı tənliyi alırıq:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = \frac{2m\mu}{k}\cdot\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (3)$$

(3) tənliyi ideal qazın məsaməli mühitdə qərarlaşmamış hərəkətinin diferensial tənliyidir (süzülmə xətti qanuna tabe olduqda). Əgər $\mathrm{P} = p^2$ qəbul etsək (3) tənliyini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial z^2} = \frac{m\mu}{k}\cdot \mathrm{P}^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial t} \qquad (4)$$

Qərarlaşmış hərəkət halında (4) tənliyi aşağıdakı Laplas tənliyi şəklini alacaqdır:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial z^2} = 0 \qquad (5)$$

Sıxılan damcılı mayenin qərarlaşmış hərəkətinin diferensial tənliyinin , ideal qazın qərarlaşmış hərəkətinin diferensial tənliyindən fərqi , Laplas operatorunda birinci halda p və ikinci halda $\mathrm{P} = p^2$ olmasıdır.

b) Real qazın hərəkət tənlikləri. Real qazın ideal qazdan əsas fərqi onun Klayperon tənliyinə tabe olmaması və təzyiq düşdükdə real qazın özlülüyünün azalmasıdır. Göstərdiyimiz bu fərqləri nəzərə alaraq real qazın məsaməli mühitdə xətti qanuna tabe olan hərəkət tənliyini çıxaraq. Beləliklə , qoyulmuş məsələnin həlli

$$\vartheta_x = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad , \quad \vartheta_y = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \quad , \quad \vartheta_z = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \quad , \tag{6}$$

$$di\upsilon\left(\rho\vec{\vartheta}\right) = -m\frac{\partial \rho}{\partial t} \ , \tag{7}$$

$$\rho = \frac{p}{gRTz} \ . \tag{8}$$

(6)-(8) tənliklər sisteminin həllinin tapılmasına gətirilir. Burada (6)-(8) tənlikləri uyğun olaraq Darsi qanununun diferensial tənliyini , qazın kəsilməzlik tənliyini və real qazın həll tənliyini göstərir. (6)-(8)tənliklərindəki işarələmələr əvvəlki bənddən məlum olduğu üçün burada vermirik.

Əgər süzülmə sürəti vektorunun proyeksiyalarının qiymətini və qazın sıxlığının qiymətini (2) kəsilməzlik tənliyində yerinə yazsaq , alarıq:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{z\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p}{z\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{p}{z\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z}\right) = \frac{m}{k} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{z}\right) \tag{9}$$

(9) tənliyində müəyyən çevirmələr aparıldıqdan sonra məsaməli mühitdə real qazın hərəkət tənliyini alarıq:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} - \left[\frac{\partial p^2}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x}(\ln \mu z) + \frac{\partial p^2}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y}(\ln \mu z) + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{\partial}{\partial z}(\ln \mu z)\right] = \frac{2m\mu}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{p}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}\right) \tag{10}$$

(10) tənliyinin həlli (3) tənliyinin həllindən çətindir. Ona görə də (10) tənliyini müəyyən sadələşdirmələr aparılaraq həll edilir.

Ədəbiyyat

1. С.Ю.Борхович, И.В.Пчельников, С.Б.Колесова,-Ижевск: издательский центр, “Удмиртский университет” 2017.
2. К.С.Басниев, И.Н.Кочина, В.М.Максимов, “Подземная гидромеханика, учебник для вузов” Москва; Недра, 1993.

SƏNAYE TƏSRRÜFATINDA GÜNƏŞ ENERJİSİNİN İSTİFADƏSİNİN İQTİSADİ ASPEKTLƏRİ:

Ülvü Əsəd oğlu Yaqubov

Azərbaycan Texniki Universiteti
2001ulvu@gmail.com

Sənaye təsərrüfatında günəş enerjisinin istifadəsinin iqtisadi aspektləri, çeşitli maddi, maliyyəvi, və iqtisadi mübahisələri əhatə edir. Bəzi əsas iqtisadi aspektlər:

1. **Başlanğıc İnvestisiya Xərcləri**: Günəş enerjisi sistemlərinin quraşdırılması əvvəlcə yüksək başlanğıc investisiya xərcləri tələb edir. Bu, günəş paneli, invertor, batareyalar və digər təchizatın maliyyələndirilməsini və quraşdırılmasını əhatə edir. Başlanğıc investisiya xərcləri, işin ölçüsü və məqsədinə və yerli təchizat və infrastrukturun mövcudluğuna görə dəyişə bilər.

2. **İnvestisiya Qayıdışı (ROI)**: Günəş enerjisi sistemləri, uzun müddət ərzində maliyyəvi qayıdış təmin edəcək potensiala malikdir. İnvestisiya qayıdış müddəti, quruluşun ölçüsü, yeri, maliyyələşmə strukturu və digər bir çox faktora əsasən dəyişə bilər. Yenilənən enerji təşviqi və vergi avantajları bu müddəti qısaltmağa kömək edə bilər.

3. **Enerji Məxaricə Qeyri-Sabitlik**: Günəş enerjisi, günlük və fəsillik dövrələrdə günəş işıqlarının dəyişən mövqeyinə bağlı olaraq məxaricənin qeyri-sabit olmasına səbəb ola bilər. Bu, enerji istehsalının dalğa və ya buludlu günlərdə azalmasına səbəb olur və istifadəçilərin müəyyən bir enerji təminatını təmin etməkdə çətinliklə qarşılaşmasına səbəb ola bilər.

4. **Dövlət Təşviqi və Vergi Avantajları**: Bir çox ölkə, günəş enerjisi sistemlərinin quraşdırılmasını təşvik etmək üçün cəmiyyətə maliyyə təşviqi və ya vergi avantajları təklif edir. Bu, başlanğıc investisiya xərclərini azaldaraq və ya ROI dövrünü qısaldaraq maliyyəvi cəhətdən günəş enerjisi istifadəsini daha cazibədar edir.

5. **Enerji Xərclərinin Azalması**: Günəş enerjisi sistemlərinin quraşdırılması ilə birlikdə, elektrik veya istilik təminatının ənənəvi mənbələrinə olan ehtiyac azalır. Bu, uzun müddət ərzində enerji xərclərində ciddi bir azalma və maliyyəvi qayıdışa səbəb olur.

Günəş enerjisinin inteqrasiyası, günəş enerjisi sistemlərinin müxtəlif mühitlərdə və enerji infrastrukturunda effektiv şəkildə tətbiqi və işləyərkən digər enerji mənbələri ilə uyğunlaşdırılmasını ifadə edir. Bu, müxtəlif texnoloji və sistemlərin birləşdirilməsini və enerji istifadəsinin tənzimlənməsini tələb edir.

Ədəbiyyat

1. "Solar Energy Engineering: Processes and Systems" - Soteris Kalogirou
2. "Photovoltaic Systems Engineering" - Roger Messenger və Jerry Ventre
3. "Economic Aspects of Solar Energy" - Joel Darmstadter və Robert Herman
4. "Solar Energy: The Physics and Engineering of Photovoltaic Conversion, Technologies and Systems" - Olindo Isabella, Klaus Jäger, və Arno Smets
5. "Solar Energy: Renewable Energy and the Environment" - Robert Foster və Majid Ghassemi
6. "The Solar Economy: Renewable Energy for a Sustainable Global Future" - Hermann Scheer

HAMAR FUNKSİYALARIN RİDGE FUNKSİYALARININ CƏMİ İLƏ GÖSTƏRİLİŞİ HAQQINDA

Ceyhun Kamran oğlu Veysəlov, Rəşid Əvəzağa oğlu Əliyev

Bakı Dövlət Universiteti

ceyhunveyselov2@gmail.com , aliyevrashid@mail.ru

$$g(\mathrm{x}) = g(\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}) = g(a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n)$$

şəklində olan funksiyalara ridge funksiyaları deyilir, burada $g: R \to R$ -birdəyişənli funksiya, $\mathrm{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ sıfırdan fərqli qeyd olunmuş vektor (istiqamət), $\mathrm{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ dəyişən, $\mathrm{a}\cdot\mathrm{x}$ skalyar hasildir. a vektoru $g(\mathrm{a}\cdot\mathrm{x})$ ridge funksiyasının istiqaməti adlanır. Məsələn, Furye çevirməsinin nüvəsi ridge funksiyasıdır. “Ridge funksiyası” anlayışı meydana gəlməzdən əvvəl bu anlayış “müstəvi dalğalar” adı altında riyazi fizikada rast gəlinmişdir. “Ridge funksiyası” anlayışı ilk dəfə B.Loqan, L.Shepin kompüter tomoqrafiyasına aid riyazi məsələnin həllinə həsr olunmuş məqaləsində rast gəlinir. Müəlliflər göstərirlər ki, bu tomoqrafiya məsələsi f funksiyasının

$$\left(\cos\theta_j, \sin\theta_j\right),\ j=\overline{0,n-1}$$

istiqamətlərinə uyğun ridge funksiyaların cəmi ilə kvadratik approksimasiyası məsələsinə ekvivalentdir. Buna görə də tomoqrafiya məsələsinin həlli

$$R\left(\mathrm{a}^{(1)},\ldots,\mathrm{a}^{(r)}\right)=\left\{\sum_{i=1}^{r} g_i\left(\mathrm{a}^{(i)}\cdot \mathrm{x}\right):\ g_i : R\to R,\ i=\overline{1,r}\right\}$$

ridge funksiyaların cəmi ilə təsvir oluna bilən funksiyalar çoxluğunun nəzəri-approksimativ xassələrini öyrənməyi zəruri edir, burada $\mathbf{a}^{(1)},\ldots,\mathbf{a}^{(r)}$ n-ölçülü fəzada verilən istiqamətlərdir.

Ridge funksiyalarla approksimasiya məsələlərinə çoxölçülü verilənlərin statistik analizində Projection Pursuit adlanan metodunda da rast gəlinir. Projection Pursuit metodunda $f\left(x_1,\ldots,x_n\right)$ funksiyasına

$$R_r=\left\{\sum_{i=1}^{r} g_i\left(\mathrm{a}^{(i)}\cdot \mathrm{x}\right):\ g_i : R\to R,\ i=\overline{1,r}\right\}$$

çoxluğundan olan funksiyalarla yaxınlaşmaq lazım gəlir, burada yalnız r qeyd olunub, $\mathrm{a}^{(1)},\ldots,\mathrm{a}^{(r)}$ istiqamətləri və $g_1,\ldots,g_r$ funksiyaları dəyişir. İlk dəfə belə yaxınlaşma J.Friedman, W.Stuetzlenin məqaləsində təklif olunur. Bundan əlavə ridge funksiyaları və onlarla approksimasiyaların neyron şəbəkələrə də geniş tətbiqləri vardır.

Fərz edək ki, $\mathrm{a}^{(1)},\ldots,\mathrm{a}^{(r)}$ verilmiş istiqamətlərdir. Aşağıdakı məsələyə baxaq:

Müəyyən sinfə daxil olan funksiya nə zaman bu istiqamətlərdə olan ridge funksiyaların cəmi şəklində göstərilə bilər? Başqa sözlə desək, hansı f funksiyaları üçün

$$f(\mathbf{x})=\sum_{i=1}^{r} g_i\left(\mathrm{a}^{(i)}\cdot \mathrm{x}\right)$$

münasibəti ödənilir?

Fəzanın ölçüsü $n=2$ olduqdavə $f(x,y)$ funksiyası r tərtibdən kəsilməz diferensiallanan olduqda bu məsələnin həlli asandır. Belə ki, bu halda $f(x,y)$ funksiyasının

$$f(x,y)=\sum_{i=1}^{r} g_i\left(a_i x+b_i y\right)\ (1)$$

şəklində göstərilə bilməsi üçün zəruri və kafi şərt

$$\prod_{i=1}^{r}\left(b_i\frac{\partial}{\partial x}-a_i\frac{\partial}{\partial y}\right)f=0\ (2)$$

bərabərliyinin ödənilməsidir. Lakin $n>2$ halında f funksiyasının ridge funksiyaların cəmi şəklində göstərilə bilməsi üçün qeyd etdiyimiz bu sadə üsul doğru deyil.

Teorem 1. Fərz edək ki, $\mathrm{a}^{(1)},\ldots,\mathrm{a}^{(r)}$ cüt-cüt xətti-asılı olmayan vektorlardır. Onda $f\in C^k\left(R^n\right)$ funksiyasının

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{r} g_i\left(\mathrm{a}^{(i)} \cdot \mathrm{x}\right) + P(\mathrm{x})$$

şəklində göstərilə bilməsi üçün zəruri və kafi şərt $\forall \mathrm{c}^{(i)} = \left(c_1^{(i)},\ldots,c_n^{(i)}\right) \perp \mathrm{a}^{(i)}$, $i = \overline{1,r}$ vektorları üçün

$$\prod_{i=1}^{r}\left(\sum_{s=1}^{\kappa} c_s^{(i)} \frac{\partial}{\partial x_s}\right) f = 0$$

bərabərliyinin ödənilməsidir, burada $P(\mathrm{x})$ dərəcəsi r ədədini aşmayan müəyyən çoxhədlidir.

KAPUTO TÖRƏMƏLI HIPERBOLIK TƏNLIK ÜÇÜN BIR LOKAL OLMAYAN SƏRHƏD MƏSƏLƏSI

Şakir Şıxı oğlu Yusubov, Təravət Dilafət qızı Əlizadə

Bakı Dövlət Universiteti

elizadeteravet99@gmail.com

İşdə aşağıdakı lokal olmayan sərhəd məsələsinə baxılır

$$(l_{11}u)(x) \equiv D_1^{\alpha_1} D_2^{\alpha_2} u + a_1(x) D_1^{\alpha_1} u + a_2(x) D_2^{\alpha_2} u + a_3(x) u = \varphi_{11}(x), \tag{1}$$

$$x \in G = [0, X_1] \times [0, X_2],$$

$$(l_1 u)(x_1) \equiv \gamma_1 D_1^{\alpha_1} u(x_1, 0) + \int_0^{x_2} \beta_1(x_2) D_1^{\alpha_1} u(x_1, x_2) dx_2 = \varphi_1(x_1),$$

$$x_1 \in J_{x_1} = [0, X_1], \tag{2}$$

$$(l_2 u)(x_2) \equiv \gamma_2 D_2^{\alpha_2} u(0, x_2) + \int_0^{x_1} \beta_2(x_1) D_2^{\alpha_2} u(x_1, x_2) dx_1 = \varphi_2(x_2),$$

$$x_2 \in J_{x_2} = [0, X_2],$$

$$l_0 u \equiv u(0,0) = \varphi_0.$$

Burada $X_1, X_2 > 0,\ D_1^{\alpha_1} D_2^{\alpha_2}$ $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2) \in (0,1] \times (0,1]$ tərtibli Kaputo mənada qarışıq kəsr törəmələr, $D_i^{\alpha_i}$, $i = 1,2$ isə α_i tərtibli Kaputo mənada kəsr törəmələrdir.

$a_1(x), a_2(x), a_3(x), \varphi_{11}(x)$ funksiyaları G düzbucaqlısında, $\varphi_1(x_1),\ \beta_2(x_1)$ və $\varphi_2(x_2), \beta_1(x_2)$ funksiyaları isə uyğun olaraq J_{x_1} və J_{x_2} parçalarında kəsilməzdirlər, γ_1, γ_2 isə verilmiş həqiqi ədədlərdir.

(1), (2) məsələsinin həlli

$$C^{\alpha}(G) = \left\{u(x) \middle| u(x),\ D_1^{\alpha_1} u(x), D_2^{\alpha_2} u(x), D_1^{\alpha_1} D_2^{\alpha_2} u(x) \in C(G)\right\}$$

sinfindən axtarılır.

Müəyyən şərtlər daxilində (1),(2) məsələsinin $l=(l_{11},l_1,l_2,l_0)$ operatoru $C^{\alpha}(G)$ və $H_{\alpha}=C(G)\times C(J_{x_1})\times C(J_{x_2})\times R$ fəzaları arasında homomorfizm yaradır.

Qoyulmuş (1),(2) məsələsi inteqral tənliyə gətirilir və apriori qiymətləndirmənin köməyi ilə inteqral tənliyin həllinin varlığı göstərilir.

Sərhəd şərtlərində inteqral toplanan olmayan hal [1] işində araşdırılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Shakir Sh. Yusubov. Boundary value problems for hyperbolic equations with a Caputo fractionals derivative.Advanced Mathematical Models and Applications. Vol.5, No. 2, 2020, pp.192-204

İNFORMASİYA SİSTEMLƏRİNİN TƏHLÜKƏSİZLİYİ ÜZRƏ AUDİT GÖSTƏRİCİLƏRİNİN MÜƏYYƏN EDİLMƏSİ

Ruhiyyə Bülbül qızı Zamanova, Aygül Mehti qızı Dadaşova, Xanım Vidadi qızı Əliyeva, Təranə Murad qızı İbrahimli

Azerbaijan Technical University

aygulmehti953@gmail.com

Rəqəmsal dünya fenomeni, bir tərəfdən, böyük faydalar təklif edir, digər tərəfdən, həm də əhəmiyyətli və görünməmiş risklər yaradır. Veb texnologiyası istifadəçilərə veb-saytlarda, rəqəmsal kitabxanalarda və ya digər məlumat mənbələrində təqdim olunan böyük miqdarda məlumatlara sürətli və ucuz çıxış imkanı verir [1, s. 34]. Bu məqamda sürət və əlçatanlıq düzgün idarə olunmazsa, informasiya sistemləri (İS) fırıldaqçılıq, təxribat və zərərli hərəkətlərə qarşı tam təhlükəsizlik yarada bilməz. İnformasiya sistemlərində aktiv şəkildə istifadə olunan müxtəlif sayda təhlükəsizlik texnikaları var. Bu təhlükəsizlik texnikalarının seçimi potensial risklərə uyğun olaraq həyata keçirilməlidir. Buna görə təhlükəsizliyi təmin etmək üçün ilk addım riskləri müəyyən etməkdir. Daha sonra məlumat, sistem və təşkilat üçün müvafiq təhlükəsizlik səviyyəsini təmin edəcək texnikalar seçilməlidir. Riskə əsaslanan audit proqramı təşkilatın təhlükəsizlik sistemini təkmilləşdirməyə xidmət edir.

Təhlükəsizliyin qurulması vaxt tələb edir və faydalı nəticəyə heç bir töhfə vermir və buna görə də quraşdırma çox icazəlidirsə, yoxlama və ya hücum olmadıqda heç kim bunu fərq etməyəcək. Bu müşahidə hər bir təşkilatda informasiya sisteminin təhlükəsizliyi üçün daxili auditin aparılmasının zəruriliyini vurğulayır.

İstifadəçi girişinə nəzarət sahəsində təhlükəsizliyin məqsədi məhsuldar kompüter vaxtını optimallaşdırmaq, saxtakarlıq riskini azaltmaq, icazəsiz girişi aradan qaldırmaq və məlumatın məxfiliyini təmin etməkdirEffektiv sistem təhlükəsizliyi və nəzarət vasitələrinin istifadəsi qarşısının alınması və aşkarlanması imkanlarını artırmaqla insidentin baş verməsini və/yaxud mənfi nəticələri əhəmiyyətli dərəcədə azalda bilər.

Digər mühüm təhlükəsizlik tədbiri kimin, nə vaxt və həmçinin hər hansı bir təhlükəsizlik pozuntusu cəhdi olub-olmaması ilə bağlı ətraflı qeydləri saxlamaqdır. Bütün bu məlumatlar sistem auditoru üçün çox vacibdir.

Təhlükəsizlik auditinin əsas məqsədləri aşağıdakılardır [3, s.350]:

- Təhlükəsizlik siyasətinin, standartların, təlimatların və prosedurların mövcudluğunu yoxlamaq;
- Qeyri-adekvatlıqları müəyyən etmək və mövcud siyasətin, standartların, təlimatların və prosedurların effektivliyini yoxlamaq;
- Mövcud zəiflikləri və riskləri müəyyən etmək və anlamaq;
- Əməliyyat, inzibati və idarəetmə məsələləri üzrə mövcud təhlükəsizlik əməliyyatlarını nəzərdən keçirmək və minimum təhlükəsizlik standartlarına uyğunluğu təmin etmək;

Təhlükəsizlik siyasətinin uyğunluğunu təmin etmək və riskləri məqbul səviyyəyə endirmək üçün tələb olunan minimum nəzarət dəstini müəyyən etmək üçün təhlükəsizlik auditləri vaxtaşırı aparılmalıdır [4]. Auditlər yeni quraşdırma / təkmilləşdirmə auditləri, müntəzəm auditlər, təsadüfi auditlər və ya ofis saatı olmayan auditlər ola bilər.

Audit prosesində istifadə olunan üsullara avtomatlaşdırılmış audit alətləri (hazır təhlükəsizlik audit sistemləri və/yaxud təhlükəsizlik auditorlarının özlərinin işləyib hazırladıqları alətlər) və ya əl ilə yoxlama üsulları (məsələn, sosial mühəndislik hücumları və audit yoxlama siyahıları) daxil ola bilər.

Audit prosesi zamanı və sonunda bir sıra hesabatlar hazırlana bilər: təşkilatın informasiya sistemində müəyyən edilmiş zəiflikləri əks etdirən hesabat, mövcud zəifliklər nəticəsində təşkilatın üzləşdiyi təhdid və riskləri əks etdirən hesabat, təhlükəsizlik icmalı və bütün auditlərin nəticələrini verən audit hesabatı [7, s,35].

İnformasiya sistemlərinin artan mürəkkəbliyi ilə təhlükəsizlik auditi prosesi getdikcə çətinləşir. Bu prosesi əhəmiyyətli dərəcədə asanlaşdıran avtomatlaşdırılmış audit alətləri mühüm rol oynayır.

Ədəbiyyat

1. Efe, A. 2018. Siber Güvenlik Denetimi. Ş. Sağıroğlu ve M. Alkan icinde, Siber Güvenlik ve SavunmaFarkındalık ve Caydırma (ss. 349-370), Grafiker Yayıncılık, Ankara
2. Information Office, http://www.ogcio.gov.hk/eng/prodev/downlo ad/g51_pub.pdf
3. Кульба В. В., Шелков А. Б., Гладков Ю. М., Павельев С. В. Мониторинг и аудит информационной безопасности автоматизированных систем. – М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2009. – 94 с.
4. Gheorghe, 2010 - Gheorghe, M. (2010). Audit Methodology for IT

KOŞİ-RİMAN TƏNLİYİ ÜÇÜN STEKLOV SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNDƏ ZƏRURİ ŞƏRTLƏRİN ALINMASI

Ramin Mübariz oğlu Zeynalov, Nihan Əlipənah oğlu Əliyev

AR ETN-nin İdarəetmə Sistemləri İnstitutu, Bakı Dövlət Universiteti
raminz.math@gmail.com, nihan@aliev.info

Məsələnin qoyuluşu: Aşağıdakı sərhəd məsələsnə baxaq:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}=0, \quad x\in D\subset R^2, \tag{1}$$

$$u(x_1,\gamma_2(x_1))=\lambda\cdot u(x_1,\gamma_1(x_1)), \tag{2}$$

burada $D-x_2$ istiqamətində qabarıq məhdud oblast, $\lambda\in C$ parametrdir, $\gamma_1(x_1)$ və $\gamma_2(x_1)$ verilmiş funksiyalardır. Baxılan (1)-(2) sərhəd məsələsi bircinsdir, yəni $u(x)\equiv 0$ funsiyası həmişə bu məsələnin həllidir. λ parametri sərhəd şərtlərinə daxildir [1].

Koşi-Riman tənliyinin fundamental həlli aşağıdakı kimidir [2]:

$$U(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}. \tag{3}$$

Əsas münasibət:

$$\int_D\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}U(x-\xi)dx+i\int_D\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}U(x-\xi)dx=0.$$

Ostroqradski-Qauss düsturunu tətbiq edək:

$$\int_\Gamma u(x)U(x-\xi)\cos(\nu,x_2)dx-\int_D u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2}dx+$$

$$+i\int_\Gamma u(x)U(x-\xi)\cos(\nu,x_1)dx-i\int_\gamma u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_1}dx=0.$$

$$\int_\Gamma u(x)U(x-\xi)\left[\cos(\nu,x_2)+i\cos(\nu,x_1)\right]dx=\int_D u(x)\left[\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2}+i\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_1}\right]dx=$$

$$=\int_\gamma u(x)\delta(x-\xi)dx=\begin{cases}u(\xi), & \xi\in D,\\ \frac{1}{2}u(\xi), \xi\in\Gamma,\end{cases} \tag{4}$$

Zəruri şərtlər:

$$\underline{u(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))}=-\frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}u(x_1,\gamma_1(x_1))\cdot\frac{1-i\gamma_1'(x_1)}{(\gamma_2'(\sigma_1)+i)(x_1-\xi_1)}dx_1+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}u(x_1,\gamma_2(x_1))\cdot\frac{1-i\gamma_2'(x_1)}{\gamma_2(x_1)-\gamma_1(\xi_1)+i(x_1-\xi_1)}dx_1. \tag{5}$$

$$\underline{u(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))}=-\frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}u(x_1,\gamma_1(x_1))\cdot\frac{1-i\gamma_1'(x_1)}{\gamma_1(x_1)-\gamma_2(\xi_1)+i(x_1-\xi_1)}dx_1+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}u(x_1,\gamma_2(x_1))\cdot\frac{1-i\gamma_2'(x_1)}{(\gamma_2'(\sigma_2)+i)(x_1-\xi_1)}dx_1.$$

alınan (5) zəruri şərtlərində sinqulyarlıqlar mövcuddur.

Ədəbiyyat

1. Əliyev N.Ə., Zeynalov R.M. Koşi-Riman tənliyi üçün qlobal hədd tutan sərhəd şərti daxilində Steklov məsələsinin həllinin araşdırılması, AMEA-nın xəbərləri, fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası c.XXX, № 3, 2010, Bakı,s.75-80.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.512 с.

BİR SİNİF ÜÇÜNCÜ TƏRTİB TƏNLİK ÜÇÜN İNTEQRAL ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Minarə Ağası qızı Zeynalova , Arif İbat oğlu İsmayılov

Bakı Dövlət Universiteti

aliyeva.minara@bk.ru

Sonlu $D_T = \{(x,t): 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T\}$ oblastında aşağıdakı kimi birölçülü tərs sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u_{tt}(x,t) - a(t)u_{txx}(x,t) = p(t)u(x,t) + f(x,t), \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x),\ u_t(x,o) = \psi(x) \quad (0 \le x \le 1), \tag{2}$$

$$u(0,t) = u(1,t) \quad (0 \le t \le T), \tag{3}$$

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0 \quad (0 \le t \le T), \tag{4}$$

$$u(x_0,t) = h(t) \ (0 \le t \le T), \tag{5}$$

burada $x_0 \in (0,1)$ -qeyd olunmuş ədəd, $f(x,t),\ \varphi(x),\ \psi(x),\ a(t) > 0,\ h(t)$ - verilmiş funksiyalar, $u(x,t)$ və $p(t)$ isə axtarılan funksiyalardır.

Aşağıdakı kimi işarələmə aparaq:

$$\tilde{C}^{2,2}(D_T) = \{u(x,t): u(x,t) \in C^2(D_T),\ u_{txx}(x,t) \in C(D_T)\}$$

Tərif. (1)-(5) tərs sərhəd məsələsinin klassik həlli dedikdə elə $\{u(x,t), p(t)\}$ funksiyalar cütünü başa düşəcəyik ki:

a) $u(x,t) \in \tilde{C}^{2,2}(D_T)$;

b) $p(t) \in C[0,T]$;

c) (1) tənliyi və (2)-(5) şərtləri adi mənada ödənilirlər.

Məsələnin verilənləri üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla (1)-(5) məsələsininklassik həllinin tapılması ekvivalent məsələyə gətirilir. Bundan sonra, yeni məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunur. Daha sonra isə zamanın kafi qədər kiçik qiymətlərində verilmiş məsələnin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olunur.

Ədəbiyyat

1. Тихонов А.Н.Об устойчивости обратных задач. //Докл.АН СССР, 1943,39,№5, с.195-198.

ASYMPTOTIC EXPANSION FOR THE THIRD ORDER MOMENT OF ONE STOCHASTIC PROCESS

Afaq Elman Abdullayeva
Department of General and Applied Mathematics Azerbaijan State Oil and Industry University
afaq.abdullayeva21@gmail.com

Let random vectors (ξ_n, η_n), $n \geq 1$ be independent and identically distributed. In the general case, the random variable η_n is assumed to depend on the random variable ξ_n.Let's introduce the following sum:

$$S_{\nu(t)} = \sum_{n=1}^{\nu(t)} \eta_n,$$

where $\nu(t) = \max\{n: T_n \leq t\}$, $t > 0$ is the renewal process and $T_n = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$, $n = 1,2, \ldots$
Define

$$\lambda_s = E\eta_1^s = \int_0^\infty E(\eta_1^s|\xi_1 = t)dF(t),\ n_{k,s} = E\left(\xi_1^k\eta_1^s\right) = \int_0^\infty x^k E(\eta_1^s|\xi_1 = x)dF(x),$$
$$\mu_k = n_{k,0},\ F(x) = P\{\xi_n \leq x\}.$$

Definition. A distribution function F is said to belong to the class ϑ if some convolution of F has an absolutely continuous component.

Theorem. Let $F(x)$ be a strongly non-lattice distribution function and $F \in \vartheta$. Moreover, λ_3, μ_4, $n_{3,3}$ exist. Then as $t \to \infty$

$$D_3(t) = E\left(S_{\nu(t)}\right)^3 = D_{3,3}t^3 + D_{3,2}t^2 + D_{3,1}t + D_{3,0} + o(1),$$

where $D_{3,3} = 6a_1^{*(3)}$,$D_{3,2} = 6b_1^{*(3)} + 6a_{1*2}$, $D_{3,1} = 6c_1^{*(3)} + 6b_{1*2} + a_3$,

$$D_{3,0} = 6d_1^{*(3)} + 6c_{1*2} + b_3.$$

Here, coefficient $D_{3,k}$, $k = \overline{0,3}$ expressed by the moments of the initial random variables.

References

1. Aliyev R., Bayramov V.On the asymptotic behaviour of the covariance function of the rewards of a multivariate renewal–reward process.Statistics and Probability Letters. 2017, 127, P.138–149.
2. Brown, M., Ross, S.M. Asymptotic properties of cumulative processes. SIAM J. Appl. Math. 1972, 22, P. 93–105.
3. Brown, M., Solomon, H.A. Second-order approximation for the variance of a renewal reward process. Stochastic Process. Appl. 3, 1975,P. 301–314.
4. Feller, W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. 2, second ed. John Wiley and Sons, New York. 1971.
5. Patch, B., Nazarathy, Y., Taimire, T., A correction term for the covariance of renewal-reward processes with multivariate rewards. Statist. Probab. Lett. 2015, 102, P. 1–7.
6. Ross, S.M., Applied Probability Models with Optimization Applications. Holden-Day, San Francisco, Calif.. 1970

FINE SPECTRUM OF A CLASS OF GENERALIZED DIFFERENCE OPERATOR-MATRICES OVER THE SPACE C

Ali Mustafa Akhmedov, Suleiman Hafiz Baghirov

Baku State University

ali.akhmedov@rambler.ru, suleymanbagirov5@gmail.com

In this subsection our aim to review some recent results concerning the spectrum of the more than that double band (triple, quadruple, and etc.) generalized difference operator-matrices acting in some sequence spaces. In such works (eg. [1],[3],[4],[5]) have been used the method where the main role plays the analyzing of the roots of characteristic equations of returned sequences of the order k ($k \geq 2$).

Now we give some results concerning to above indicated cases.

Denote by c_0, c, l_∞ and $b\upsilon$ (or $b\upsilon_1$) the null, convergent, bounded and bounded variation sequences spaces, respectively. Also by l_p $(1 \leq p \leq \infty)$ and $b\upsilon_p$ $(1 \leq p < \infty)$, we denote the spaces of all p-absolutely summable and p-bounded variation sequences spaces, respectively. Main focus in the works ([5],[10],[11],[12]) were the triple-band matrix $B(r,s,t)$, where

$$B(r,s,t) = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & \dots \\ s & r & 0 & 0 & \dots \\ t & s & r & 0 & \dots \\ 0 & t & s & r & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

s and t are complex parameters which do not simultaneously vanish.

The next results were received.

Theorem 1. $B(r,s,t) \in B(c_0)$ $(B(c))$) ([2] and

$$\|B(r,s,t)\|_{(c_0,c_0)} = \|B(r,s,t)\|_{(c,c)} = |r| + |s| + |t|.$$

Theorem 2. $B(r,s,t) \in B(l_p)$ $(B(b\upsilon_p))$

$$(|t|^p + |\delta|^p + |t|^p)^{1/p} \leq \|B(r,s,t)\|_{l_p} \leq |r| + |s| + |t|.$$

$$\|B(r,s,t)\|_{bv_p} \leq |r| + |s| + |t|.$$

Choosing the square roots of s the next theorem have been proved.

Theorem 3. Let s be a complex number such that $\sqrt{s^2} = -s$ and define the set S by

$$S = \left\{ \lambda \in C : \left| \frac{2(r-\lambda)}{-s + \sqrt{s^2 - 4t(r-\lambda)}} \right| \leq 1 \right\}.$$

Then $\sigma(B(r,s,t), X) = S$, where X is one of the sequences c_0, c, l_p $(1 \leq p \leq \infty)$ and bv_p $(1 \leq p < \infty)$, respectively.

The same results were received in ([5], lemma 3, lemma 4, theorem 5) for the artificial generalization of difference operator-matrix in c_0 and c.

As we see the formula of the spectrum very complicated. Now as an example forthe operator $B(r,s,t)$ we show that its spectrum describe circular domains in complex plane C .Suppose $|q_1|+|q_2|=1$, where $q_1=-\dfrac{s}{r-\lambda}$ and $q_2=-\dfrac{t}{r-\lambda}$ then using the theorem we get

Theorem 4.4 $\sigma(B(r,s,t),c)=\{\lambda\in C|\lambda-r|\le|s|+|t|\}$

References

1. Altay B, Basar F. On the fine spectra of the difference operator Δ on c0and c. Int J Math Sci 2005; 18:3005-3013.
2. A.M. Akhmedov and Basar F., The fine spectra of the difference operator 'over the sequence space bvp(1≤p<∞),Acta Math. Sin. (Engl. Ser.) 23,1757-1768.2007
3. Furkan H, Bilgic H, Kayaduman K. On the fine spectrum of the generalized difference operator B(r, s) over the sequence spaces l1 and bv . Hokkaido Math J 2006; 35:893-904.
4. Furkan H, Bilgic H, Basar F. On the fine spectrum of the operator B(r, s, t) over the sequence spaces lp and bvp, (1 < p < ∞) . Comp Math Appl 2010; 60:2141-2152.
5. Tripathy BC, Paul A. The spectrum of the operator D (r,0,s,t) over the sequence spaces and. J Math Article ID 430965, 2013; 7 p

ON THE ALGEBRA OF SOME CLASS OF LOWER INFINITY TRIANGLE MATRICES

Ali Mustafa Akhmedov, Fidan Mirhamid Hamzaliyeva

Baku State University

ali.akhmedov@rambler.ru ,fidanhamzaliyeva02@gmail.com

It is interesting to note that some problems occur in connection with algebras; there are Banach spaces which are at the same time algebras. We shall explain this fact, with some relevant concepts.

1.It is known that an **algebra** A over a field K is a vector space A over K such that for each ordered pair of elements $x, y \in A$ a unique product $xy \in A$ is defined with the properties.

(1) $(xy)z = x(yz)$

(2a) $x(y+z) = xy + xz$

(2b) $(x+y)z = xz + yz$

(3) $\lambda(xy) = (\lambda x)y = x(\lambda y)$

for all $x, y, z \in A$ and scalars λ.

If $K = R$ or C, then A is said to be real or complex, respectively.

A is said to be commutative (or abelian) if the multiplication is commutative, that is, if for all $x, y \in A$,

$xy = yx$

2. Now, we are going to investigate the algebraic property of some class of lower infinity scalar (complex or real numbers) triangle matrices. We have get the next result.

Theorem: Let **M** is a set all of generalized lower scalar infinity triangle matrices.

Then **M** organizes algebra in the sence (1) – (3) and also is a commutative normed algebra with identity.

References

1. Ervin Kreyszig, Introductory functional analysis with applications, by Jhon Wiley & sons, 1978, 688 p.

DEVELOPMENT OF AN ASYMPTOTIC ALGORITHM FOR THE OPTIMAL TRAJECTORY AND CONTROLLER CONSTRUCTION PROBLEM IN A DISCRETE CASE

İrada Vüsal Aliyeva, Nazila Saxavat Hajiyeva

Bakı Dövlət Universiteti Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutu, Bakı Dövlət Universiteti

irade.alieva14@gmail.com , nazile.m@mail.ru,

Problem Statement. Let the motion equation of an oscillatory systemwith liquid damper in discrete caseis determined by the following difference equations [1, 2]

$$W_{j+1} = A_j W_j + \psi_j W_0 + F_j, \quad j = \overline{0, m-1} \tag{1}$$

$$W_{i+1}(\varepsilon) = (\Gamma + \varepsilon \tilde{A}^{i-1}) W_i + \psi_i(\varepsilon) W_0 + F_i(\varepsilon), \quad i = \overline{m, 2m-1} \tag{2}$$

with boundary conditions

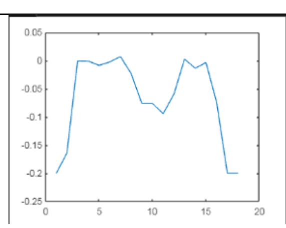
$$\begin{aligned} &(-1 \ \ 1) W_m = 0, \\ &(-1 \ \ 0)(W_{m+1} - W_m) = V_1, \\ &(-1 \ \ 1) W_{2m} = 0, \\ &(-1 \ \ 0) W_0 + (0 \ \ 1) W_{2m} = 0, \\ &(-1 \ \ 1)(W_0 + W_{2m}) = V_2. \end{aligned} \tag{3}$$

It is required to find the minimum of the following quadratic functional

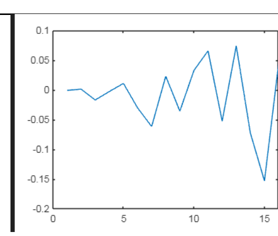
$$J = \sum_{i=0}^{m-1`} W_j' Q W_j + \sum_{j=m}^{2m-1`} W_i' Q W_i + \sum_{i=0}^{2m-1`} F_i' C F_i \to \min, \tag{4}$$

where $Q = Q' \geq 0, \quad C = C' > 0.$

For solving the problem (1)-(4) , i.e. for finding the optimal program trajectory and control the extended quadratic functional is contsructed. Then the discrete Euler-Lagrange equations are found. Further , the computational algorithm is proposed. The results are illustrated with a specific simple example where plunger valves fail i.e. does not work and the following graphs are introduced:



Pic 1. Depending y_n on



Pic 2. Depending F_n on

n.	n .

.

References

1. Мирзаджанзаде А.Х., Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н. Этюды о моделировании сложных систем нефтедобычи.Нелинейность, неравновесность, неоднородность.
2. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел.Главная редакция физико-математической литературы издательства " Наука ", М.,1977, 384 стр.
3. Aliev F.A., Aliyev N.A., Hajiyeva N.S., Mahmudov N.I. (2021), Some Mathematical Problems and Their Solutions for the Oscillating Systems with Liquid Dampers: Review, Applied and Computational Mathematics, 20(3), pp.339-365.
4. Aliev F. A., Aliev N.A., Rasulzade A.F., Hajiyeva N.S. (2023) Solution of the optimal program trajectory and control of the discretized equation of motion of sucker-rod pumping unit in a Newtonian fluid, TWMS J. App. and Eng. Math., 13(4), pp.1369-1382.

GLOBAL BIFURCATION FROM INFINITY OF SOLUTIONS TO NONLINEAR DIRAC PROBLEMS WITH A SPECTRAL PARAMETER IN BOUNDARY CONDITIONS

Nigar Sakif Aliyeva

Institute of Mathematics and Mechanics of the Ministry of Science and Education
nigaraliyeva1205@gmail.com

We consider the following one-dimensional nonlinear Dirac system

$$Bw'(x) - P(x)w(x) = \lambda w(x) + h(x, w(x), \lambda), \ x \in (0, \pi), \tag{1}$$

$$U_1(\lambda, w) := (\lambda \cos \alpha + a_0, \lambda \sin \alpha + b_0)\, w(0) = 0, \tag{2}$$

$$U_2(\lambda, w) : (\lambda \cos \beta + a_1)\, \vartheta(\pi), \lambda \sin \beta + b_0)\, w(\pi) = 0, \tag{3}$$

where $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $P(x) = \begin{pmatrix} p(x) & 0 \\ 0 & r(x) \end{pmatrix}$, $w(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ \vartheta(x) \end{pmatrix}$, $\lambda \in R$ is an eigenvalue parameter, $p(x)$ and $r(x)$ are real-valued continuous functions on $[0, \pi]$, α, β, a_i, b_i, $i = 0,1,$ are real constants such that $0 \le \alpha, \beta < \pi$ and

$$\sigma_0 = a_0 \sin \alpha - b_0 \cos \alpha < 0, \ \ \sigma_1 = a_1 \sin \beta - b_1 \cos \beta > 0. \tag{4}$$

The nonlinear term h is representation of the form $h = f + g$, where $f = (f_1, f_2)^t$ and $g = (g_1, g_2)^t$ are real-valued continuous functions on $[0, \pi] \times R^2 \times R$ and satisfy the following conditions: there exist positive constants K and L such that

$$|f_1(x,w,\lambda)| \le K|w|,\ |f_2(x,w,\lambda)| \le L|w|,\ (x,w,\lambda) \in [0,\pi]\times R^3; \tag{5}$$

for any bounded interval $\Lambda \subset R,$

$$g(x,w,\lambda) = o(|w|) \text{ as} |w| \to \infty, \tag{6}$$

uniformly in $x \in [0,\pi]$ and $\lambda \in \Lambda.$

Global bifurcation of solutions to problem (1)-(3) in the case when $f \equiv 0$ is considered in [1], in the case when the

function satisfies condition (6) as $|w| \to 0$, is considered in [2].

The linear problem

$$\begin{cases} Bw(x) - P(x)w(x) = \lambda w(x),\ x \in (0,\pi), \\ U(\lambda,w) = \tilde{0}, \end{cases} \tag{7}$$

where $U(\lambda,w) = \begin{pmatrix} U_1(\lambda,w) \\ U_2(\lambda,w) \end{pmatrix}$ and $\tilde{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, was considered in [1], where it was shown thatthe eigenvalues of this problem are real, simple and can be numbered in ascending order on the real axis as follows

$$\ldots < \lambda_{-k} < \ldots < \lambda_{-1} < \lambda_0 < \lambda_1 < \ldots < \lambda_k < \ldots .$$

Let $E = C([0,\pi]; R^2)$ be the Banach space with the norm $\|w\| = \max_{x\in[0,\pi]} |u(x)| + \max_{x\in[0,\pi]} |\vartheta(x)|.$

When studying the bifurcation of solutions to the nonlinear problem (1)-(3), an essential role is played by the classes $S_k^\nu, k \in Z, \nu \in \{+,-\}$, of vector-functions $w \in E,$ which are constructed in [1, Section 2] and have oscillatory properties of eigenvector-functions of the linear problem (7).

Lemma 1. Let conditions (4)-(6) be satisfied. Then for each $k \in \mathrm{Z}$ and each $\nu \in \{+,-\}$ the set of bifurcation points of problem (1)-(3) with respect to the set $R \times S_k^\nu$ is nonempty. Moreover, if (λ,∞) issuch a bifurcation point, then

$$\lambda \in I_k = [\lambda_k - (K + L + 2 + c_k), \lambda_k + (K + L + 2 + c_k)],$$

where $c_k = O(1/k)$.

For each $k \in \mathrm{Z}$ and each $\nu \in \{+,-\}$ let D_k^ν be the union of all components of the set of nontrivial solutions of (1)-(3) that emanating from the bifurcation interval $I_k \times \{\infty\}$ with respect to

the set $R \times \hat{S}_k^\nu$.

Theorem 1. For each $k \in \mathrm{Z}$ and each ν the set D_k^ν is nonempty and for this set one of the following statements holds: (i) D_k^ν meets the interval $I_{k'} \times \{\infty\}$ with respect to the set $R \times \hat{S}_{k'}^{\nu'}$ for some $(k',\nu') \ne (k,\nu)$; (ii) D_k^ν meets $R \times \{\tilde{0}\}$ for some $\lambda \in R;$ (iii) the projection $P_{R\times\{0\}}(D_k^\nu)$ of D_k^ν onto $R \times \{\tilde{0}\}$ is unbounded.

References

1. Aliyeva N. S., Global bifurcation from infinity in nonlinear Dirac problems with eigenvalue parameter in the boundary conditions, Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics,12(2) (2023), 22-32.
1. Aliyeva N. S. ,Global bifurcation from zero in a nonlinear Dirac system with boundary conditions depending on a spectral parameter // Materials of the Republican Conference "Differential and integral operators" dedicated to the 100th anniversary of the National Leader of the Azerbaijani people Heydar Aliyev, BSU, Baku, December 07-08, 2023, p. 162-164.
2. Aliyev Z.S., Aliyeva N.S., On a spectral problem for the Dirac system with boundary conditions depending on the spectral parameter //Materials of the International Conference "Modern problems of mathematics and mechanics" dedicated to the 100th anniversary of the National Leader of the Azerbaijani people Heydar Aliyev, organized by the Institute of Mathematics and Mechanics, Baku, April 26-28, 2023, p. 80-82.

HORIZONTAL LIFT OF AFFINE CONNECTION TO THE (0,2) TYPE TENSOR FRAMES

Aytan Bahram Bashirli

Bakı Dövlət Universiteti

ayten.bashirli1997@gmail.com

We consider an n-dimensional manifold M . The bundle $L_2^0(M)$ of tensor frames of type (0,2) over the manifold Mis defined.Horizontal lift of vector fields and vertical lifts of tensor fields of type (0,2) to the bundle $L_2^0(M)$ are constructed and on the basis of these lifts the concept of an adapted frame is introduced.Using equalities

$$ {}^{H}Y = {}^{H}(\nabla_X Y),\ {}^{H}\nabla_{{}^{H}X} {}^{V_{\beta_1\beta_2}}C = {}^{V_{\beta_1\beta_2}}(\nabla_X C), $$

$$ {}^{H}\nabla_{{}^{V_{\alpha_1\alpha_2}}A} {}^{H}Y = 0,\ {}^{H}\nabla_{{}^{V_{\alpha_1\alpha_2}}A} {}^{V_{\beta_1\beta_2}}C = 0, $$

the horizontal lift of the symmetric affine connection ∇ to the bundle $L_2^0(M)$ is determined and the components of this connection are calculated. It is noted that lifts of affine connection in bundles of coframes, affinor frames, tangent and cotangent bundles were studied in [1]-[4], respectively.

References:

1. Salimov, A., Fattayev, H. 2021. Metrics and connections on the bundle of affinor frames. Chinese Annals of Math., Series B, 72(1), 121-134.
2. Salimov, A., Fattayev, H. 2019. Connestions on the coframe bundle. Int. Electr. Jour. of Geometry, 12(1), 93-101.
3. Yano, K., Ishihara, S.1967. Horizontal lifts of tensor fields and connections to tangent bundles. Math.and Mech., 16, 1015-1030.
4. Yano, K., Patterson, E.M.1967. Horizontal lifts from a manifold to the contangent bundle. J.Math. Soc. Japon, 19, 185-198.

ROLE OF DECISION TREES IN IMPROVING INTRUSION DETECTION SYSTEMS (IDS)

Kanan Gambarli Ibrahim, Narmin Mursalova Vitali
Azerbaijan Technical University
kanangambarli@gmail.com, narmin.mursalova0412@gmail.com

Decision Trees: An Overview. A Decision Tree is a supervised machine learning technique employed for both classification and regression assignments. This method involves making predictions on the target variable by acquiring straightforward decision rules from the data's characteristics. Decision Trees stand out in Intrusion Detection Systems (IDS) for their straightforwardness, interpretability, and ability to effectively manage categorical data.

Algorithm. The fundamental procedure for constructing a Decision Tree, particularly the CART algorithm, consists of three main steps:

1. Opting for the Optimal Split: At every node of the tree, the algorithm identifies the feature and the threshold that result in the most efficient binary division for classifying the data.
2. Iterative Division: This step is carried out iteratively for each subset created in a greedy manner, selecting the best split at each node.
3. Termination Criteria: The recursion halts when a specified stopping condition is satisfied, usually when further enhancements are not possible, or when the tree attains a predetermined depth.

The impurity of nodes is frequently assessed through either Gini impurity or entropy:

Gini impurity:

$$G = 1 - \sum_{i=1}^{n} p_i^2$$

Gini impurity measures the disorder of elements by subtracting the sum of class probabilities squared. Probability *pi* shows the chance of an element being in a class. Calculate *pi* for each class in the set. Gini impurity is 0 if all elements are in one class, showing perfect homogeneity. Maximum Gini impurity is reached when elements are evenly spread across classes, indicating high disorder.

Application in IDS: A low Gini index at a decision node in IDS indicates mainly one class, aiding in accurate predictions like distinguishing normal and malicious activities.

Entropy:

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2(p_i)$$

Entropy measures impurity or randomness in information. Calculation involves sum of class probability times logarithm base 2, for all classes *i*. Probabilities are similar to Gini impurity, showing class commonness. Entropy is zero when set members are all of the same class. More uniform class distribution leads to higher entropy, suggesting greater uncertainty and disorder.

Application in IDS: Entropy is beneficial in IDS for maximizing information about intrusion events. A large entropy reduction post-split indicates decreased uncertainty, aiding classification in IDS.

References

1. Awad, M., & Fraihat, S. (2023). Recursive Feature Elimination with Cross-Validation with Decision Tree: Feature Selection Method for Machine Learning-Based Intrusion Detection Systems. Journal of Sensor and Actuator Networks, 12(5), 67.
2. Omar, M. (2023). Harnessing the Power of Decision Trees to Detect IoT Malware. arXiv preprint arXiv:2301.12039.
3. Singh, K., et al. (2020). "Optimizing Decision Tree Performance for Intrusion Detection." Journal of Network Security.

PYTHON GUI FOR DEEP LEARNING ARCHITECTURE DESIGN

Aydin Eldaniz Gasimov

Azerbaijan State Oil and Industry University, French-Azerbajani University Data Science and Artificial Intelligence department

aydin.gasimov.work@gmail.com

The project, developed over a three-month internship, introduced intuitive tools enabling diverse users to engage with artificial neural networks via a GUI. This interface simplifies machine learning complexities into user-friendly interactions.

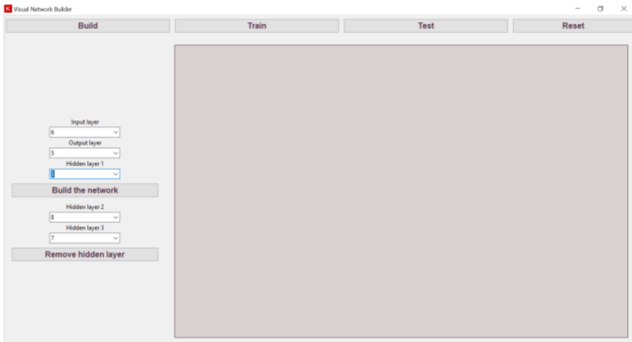
GUI Design (Tkinter): Utilizing Python's Tkinter library, the front-end offers a basic interface for setting parameters and visualizing network designs. It supports real-time adjustments of features such as layer configurations, neuron counts, activation functions, and training specifics like batch sizes and epoch numbers.

Neural Network Construction (Keras): The back-end uses Keras with TensorFlow for processing data and neural operations. It features tools to build models via the Sequential API, incorporate Dense layers with ReLU or Sigmoid functions, and compile these using the Adam optimizer for effective training.

Data Handling and Visualization: Data management is executed through pandas, with matplotlib illustrating accuracy and loss metrics during training phases.

Development Process: The GUI supports all stages of a neural network model's lifecycle—from setup and tuning to training and assessing. The Iris dataset, known for its simplicity, was employed in a sample project to exemplify the GUI's effectiveness in streamlining machine learning experiments.

Results: At launch, the GUI presents a segmented, straightforward interface for configuring neural network settings, including layers, neurons, and key parameters like learning rate and epochs, critical for defining the trained network's architecture.



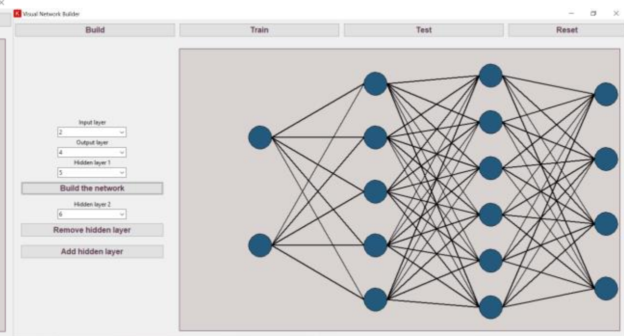
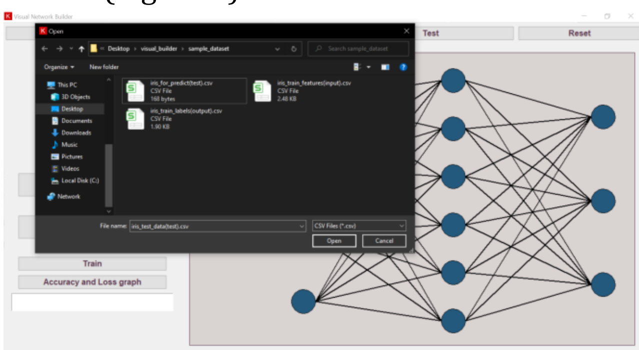


Figure 1 Figure 2

The next step involves loading the dataset. Users can import data through a standard file dialog interface, selecting files formatted as .csv, .txt, or .xlsx. The program then preprocesses this data, organizing it into features and labels suitable for training. This process is automated to ensure that users can focus on the neural network's design rather than data management intricacies. (Figure 3)



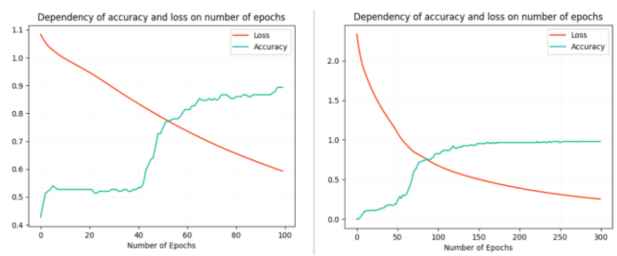


Figure 3 Figure 4

Post-training, the GUI facilitates the testing phase where the trained model is evaluated using a separate dataset. This step verifies the model's ability to generalize from its training to new, unseen data. Results are displayed graphically, illustrating the network's prediction accuracy and helping users assess its effectiveness. (Figure 4)

Based on the outcomes of initial tests, users can return to the configuration stage to adjust network parameters and retrain the model. This iterative process is essential for refining the model's architecture to enhance its predictive performance. Once the desired accuracy is achieved, the final model configuration can be saved or exported for deployment. This functionality underscores the GUI's practical application in real-world scenarios, facilitating the transition from experimental setups to operational deployment.

References

1. https://github.com/AydinGasimovWork/Python-GUI
2. https://keras.io/api/

ANALYSIS OF THE TURKISH EDITION OF WIKIPEDIA NETWORK AND APPLICATION OF THE PAGERANK ALGORITHM ON THE NETWORK

Aydin Eldaniz Gasimov

Azerbaijan State Oil and Industry University, French-Azerbajani University Data Science and Artificial Intelligence department

aydin.gasimov.work@gmail.com

The Turkish edition of the Wikipedia network is one of the 24 language editions of Wikipedia that were compiled by K. M. Frahm, and D. L. Shepelyansky in 2017 [1]. In terms of size, the network consists of 291,873 nodes and 3,875,743 edges. This makes the network about average among the 24 language editions provided in terms of size, being smaller than Wikipedia editions in English or Spanish, but bigger than Wikipedia editions in Greek or Thai. The Network is stored in an edge list to save memory on the bigger networks.

The analysis of the network is the first part of my internship at UFAZ on the application of ML models to the sensitivity analysis using Reduced Google Matrix. The second part involves the use of Graph Neural Networks on a new network that contains more detailed node and edge features.

The primary analysis on the network is done by finding the degree distribution of the network, which finds as follows (Table 1)

1-10 connections	48.48 %	51-70 connections	2.73 %
11-20 connections	27.87 %	71-100 connections	1.95 %
21-30 connections	8.99 %	101-400 connections	2.65 %
31-40 connections	4.33 %	401-1000 connections	0.31 %
41-50 connections	2.58 %	>1000 connections	0.11 %

Table 1

Analyzing the degree distribution of the network gives us the finding that the Wikipedia network is a scale-free network where the nodes follow the power law.

The next step involved performing a connected component analysis on the network, which identified 24 individual components, with >99.9% of nodes (289,678 nodes) in the first component and the remaining 23 components containing between 1 and 3 nodes each. This indicates strong cohesion with minimal isolated or dangling nodes, as described by L. Page and S. Brin [3].

Following this, a modularity analysis using a custom Python algorithm detected 53 communities, with 15 holding the majority of nodes. This reflects the connected nature of certain Wikipedia categories like articles about scientists, athletes, and cities. The modularity score was 0.6218522074323742, suggesting a highly segmented network.

Additional analyses assessed the network's edge density, found to be 8.672360863938529 × 10^{-5}, emphasizing its sparsity, and the degree assortativity was -0.0907615826262172, indicating that nodes with similar degrees do not preferentially connect. Subsequent evaluations included implementing the PageRank algorithm tailored to this dataset. The Reduced Google Matrix algorithm [2], based on the PageRank by Lawrence Page and Sergey Brin [3], is applied to the network's adjacency matrix submatrices. Although not shown in the paper, the results aligned closely with those from K. M. Frahm and D. L. Shepelyansky.

References

1. https://www.quantware.ups-tlse.fr/FETNADINE/datasets.htm
2. Ermann, L., Frahm, K. M., & Shepelyansky, D. L. (2015). Google matrix analysis of directed networks. Reviews of modern physics, 87(4), 1261.
3. Brin, S., & Page, L. (1998). The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine. Computer networks and ISDN systems, 30(1-7), 107-117.

SOME ESTIMATES FOR COMMUTATORS OF MAXIMAL FUNCTION IN L^P SPACES

Aydan Vugar Ildirimova

Baku State University

aydanildirimova@gmail.com

Let $f \in L^1_{loc}(R^n)$. The maximal operator is defined as:

$$M(f)(x) = \sup_{t>0} \frac{1}{|B(x,t)|} \int_{B(x,t)} |f(y)| dy$$

and the nonlinear commutators generated by M and $b \in L^1_{loc}(R^n)$ is given by

$$[b, M](f)(x) = b(x)M(f)(x) - M(bf)(x).$$

Theorem 1. Suppose b is a locally integrable function on R^n. Let $0 < \beta < 1$. Then the following assertions are equivalent:

(1) $b \in Lip_\beta(R^n)$ and $b \geq 0$;

(2) $[b, M]$ is bounded from $L^p(R^n)$ to $L^q(R^n)$ for all p and q satisfy $1 < p < \dfrac{n}{\beta}$ and

$\dfrac{1}{q} = \dfrac{1}{p} - \dfrac{\beta}{n}$

ON A SPECTRAL PROBLEM WITH INTEGRAL BOUNDARY CONDITION

Jafarova Maryam Huseyn

Baku State University

maryam.bzade20@mail.ru

Consider the following eigenvalue problem

$$(p(x)y''(x))'' - (q(x)y'(x))' = \lambda r(x)y(x), \quad x \in (0, 1), \tag{1}$$

$$y(0) = y''(0) = y'(1) + (py'')(1) = 0, \tag{2}$$

$$Ty(1) + \lambda r(1)y(1) = 0, \tag{3}$$

where $\lambda \in C$ is a spectral parameter, the function $p(x)$ is positive and has an absolutely continuous derivative on $[0, 1]$, the function $q(x)$ is positive and absolutely continuous on $[0, 1]$, and $r(x)$ is positive and continuous on $[0, 1]$.

Problem (1)-(3) with more general boundary conditions was considered in [1], where, in particular, it was shown that the eigenvalues of thisproblem are positive, simple and form an infinitely increasing sequence $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$; for each $k \in N$ the eigenfunction $y_k(x)$, corresponding to eigenvalue λ_k has exactly $k-1$ simplezeros in the interval $(0, 1)$. Moreover, for an arbitrary fixed $l \in \mathrm{N}$, the system $\{y_k(x)\}_{k=1, k\neq l}^{\infty}$ of eigenfunctions of the problem (1)-(3) forms a basis in $L_p(0, 1), 1 < p < \infty$, and this basis is unconditional in $L_2(0, 1)$.

In view of (2), by [2, Lemma 2.1] for each $k \in \mathrm{N}$ we have $y_k(1) \neq 0$.

Let l be an arbitrary fixed positive integer. Alongside the spectral problem (1)-(3) we consider the following spectral problem with integral boundary condition

$$\begin{gathered} (p(x)y''(x))'' - (q(x)y'(x))' = \lambda r(x)y(x), \quad x \in (0, 1), \\ y(0) = y''(0) = y'(1) + (py'')(1) = 0, \\ r(1)y(1) + \frac{1}{y_l(1)} \int_0^1 r(x)y_l(x)y(x)dx. \end{gathered} \tag{4}$$

Theorem 1. For each $k \in \mathrm{N}$, $k \neq l$, λ_k is an eigenvalue and $y_k(x)$ is the corresponding eigenfunctionofthe spectralproblem (4), which does not contain a spectral parameter in the boundary conditions.

References

1. Kerimov N.B., Aliev Z.S., On the basis property of the system of eigenfunctions of a spectral problem with spectral parameter in the boundary condition,Differ. Equ., 2007, v.43, no. 7, p. 905-915.
2. Banks D.O.,Kurowski G.J., A Prüfer transformation for the equation of a vibrating beam subject to axial forces, J. Differential Equations, 1977, v. 24, no. 1,p. 57-74.

DEFINABLE PRINCIPAL CONGRUENCE RELATIONS

Aytac Khaqani Karimova, Oqtay Mubariz Mamedov

Bakı Dövlət Universiteti.

aytajyusifova7@gmail.com, okmamedov@gmail.com

Definition and Properties of Principal Congruence Relations:

Generally denote algebras by A,B and C while K denotes a class of algebras of some fixed similarity type.The variety relatedby K is V(K) and at the same timeQ(K)is show usquasivariety generated by class K,A class of algebras is said to be locally finite if every finitely generated algebra in the class is finite additionally theclass is uniformly locally finite if there exists a function f such that for all n every n-generated algebra in the class has cardinality at mostf(n).Definition: If A is an algebra and if x and y are elements of A,then the principal congruence relation generated by x and y is the smallest congruence relation on A for which x and y are congruent.It is denoted by $\theta(x, y)$.For the Malcev description of the principal congruence generated by the elements a_0 and $a_1$only in terms of the polynomials of algebra A similarity type ζ which:

$$b_0 \equiv b_1\theta(a_0, a_1) \leftrightarrow \exists n\exists p_1, \dots, p_n \exists s \exists z_1, \dots z_n \text{ such that}$$

$$b_0 = p_1\big(a_{s(1)}, z_1\big), p_i\big(a_{1-s(i)}, z_i\big) = p_{i+1}\big(a_{s(i+1)}, z_{i+1}\big) \text{ for } 1 \le i < n \text{ and} b_1 = p_n\big(a_{1-s(n)}, z_n\big)$$

in here n is positive integer,the p_i arek_i-ary polynomials of type ζ ,s is switching function i.e

Each fixed instance of the polynomials p_i and the switching function s is called Maclev formula.

Definable Principal Congruence Relations:

Class Nof algebras has definible principal conguences if there is a 4-ary first order formula φ in the language of N such that:

$$\forall\, A \in N, \forall a_0, a_1, b_0, b_1 \in A, b_0 \equiv b_1\theta(a_0, a_1) \leftrightarrow \varphi(a_0, a_1, b_0, b_1)$$

Since a disjunction of all possible ω describes the principal congruences in any class K of algebras. If K is a class which satisfies the compactness theorem has definable principal congruences, then this defining formula is equivalent to some finite disjunction ofthe ω,i.e.

$$\varphi(a_0, a_1, b_0, b_1) \leftrightarrow V_i\omega(a_0, a_1, b_0, b_1, p_1^i, \dots p_n^i, s_i, z_1^i, \dots z_n^i)$$

Where i ranges over some finite index set.Note there exists a uniform subscript n in this formula. This is possible since the diagonal elements are in any principal congruence relation, i.e. $\omega \equiv \omega\, \theta(x, y)$ allowing the " padding out" of formulas ωhaving different lengths to one uniform length.

Related to Malcev'scharacterization of principal congruences,if Ais an algebra and K is the class and for all a_0, a_1, b_0, b_1 in A

$$b_0 \equiv b_1\theta(a_0, a_1) \leftrightarrow \exists n\exists p_1, \dots, p_n \exists s \exists z_1, \dots z_n$$
$$\omega(a_0, a_1, b_0, b_1, p_1, \dots, p_n, s, z_1, \dots, z_n)$$

From the right side of this statement, we extract existential quantifiers.

1)There exists a bound n on the number of steps in determining principal congruences for all algebras in K. In this case we say Khas n- step principal congruences.Assume all principal congruences can be described using a Malcev formulawith the same fixed n.Formally, this gives:

$\exists n$ such that $\forall A \in K \forall a_0, a_1, b_0, b_1 \in A$

$$b_0 \equiv b_1 \theta(a_0, a_1) \leftrightarrow \exists n \exists p_1, \dots, p_n \exists s \exists z_1, \dots z_n$$
$$\omega(a_0, a_1, b_0, b_1, p_1, \dots, p_n, s, z_1, \dots, z_n).$$

This is not as strong as definable principialcongruences since the polynomials which are to be used are not specified.

2)The class K has n- step principial congruences and there is a specified list ofswitching functions for determining all principial congruences of algebras in K.Formally this gives:

$$\exists n, \exists s_1, \dots s_k \text{ such that } \forall A \in K \forall a_0, a_1, b_0, b_1 \in A$$
$$(b_0 \equiv b_1 \theta(a_0, a_1) \leftrightarrow \exists n \exists p_1, \dots, p_n \exists s \exists z_1, \dots z_n, \omega(a_0, a_1, b_0, b_1, p_1, \dots, p_n, s, z_1, \dots, z_n)).$$

3)The class K has n-step principial congruences with a specified list of switching functions and there is specified list of polynomials to be used for determinig principial congruences of all the algebras in K.This is of course, definable principial congruences.Thus formally becomes:

$$\exists n, \exists s_1, \dots s_k \exists p_1^i, \dots p_n^i (1 \le i < k) \text{such that } \forall A \in K \forall a_0, a_1, b_0, b_1 \in A$$
$$b_0 \equiv b_1 \theta(a_0, a_1) \leftrightarrow \exists n \exists p_1, \dots, p_n \exists s \exists z_1, \dots z_n, \omega(a_0, a_1, b_0, b_1, p_1, \dots, p_n, s, z_1, \dots, z_n)).$$

Reference

1. B. Davey and H. Priestley, Introduction to Lattices and Order, 2nd ed. Cambridge University Press, 2002.[43-42]
2. John T.Baldwin and Joel Berman,Definable principial congruence relation:Kith and kin.Acta Sci.Math.44[256-270]

GLOBAL BIFURCATION IN CERTAIN NONLINEAR INDEFINITE EIGENVALUE PROBLEMS

Nargiz Mehman Malikova

Baku State University

melikovanargiz302@gmail.com

Consider the following nonlinear eigenvalue problem

$$y''(x) - q(x)y(x) = \lambda r(x)y(x) + g(x, y(x), y'(x), \lambda)y(x), \ 0 < x < 1, \tag{1}$$

$$y(0) = y(1) = 0, \tag{2}$$

where $\lambda \in R$is an eigenvalue parameter, $q \in C([0,1]:[0,+\infty))$, r is a sign-chining the the real-valued function g is continuous on $[0,1] \times R^3$and satisfies the following conditions: there exists positive constant M such that

$$|g(x, y, s, \lambda)| \le M, \ (x, y, s, \lambda) \in [0,1] \times R^3;$$

For any bounded interval $\Lambda \subset R$,

$$g(x, y, s, \lambda)| = o(|y| + |s|) \text{ as } |y| + |s| \to 0, \text{as well } |y| + |s| \to \infty$$

uniformly for $(x, \lambda) \in [0,1] \times \Lambda$.

Let $E = C^1[0,1] \bigcap \{y(0) = y(1) = 0\}$ be the Banach space with the usual norm. For each $k \in \mathrm{N}$ and each $\nu \in \{+,-\}$ by $S_{k,\sigma}^{\nu}$ we denote the set of functions $y \in E$ such that (i) y has $k-1$ simple zeros in $(0, 1)$; $\sigma\int_0^1 r(x) y^2(x)dx > 0$; $\nu y(x)$ is positive near $x = 0$.

It is known that the linear problem (1), (2) with $g \equiv 0$ has two sequences of positive and negative eigenvalues

$0 < \lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \ldots < \lambda_k^+ < \ldots$ and $0 > \lambda_1^- > \lambda_2^- > \ldots > \lambda_k^- > \ldots,$

respectively. Moreover, the eigenfunctions y_k^+ and y_k^- corresponding to the eigenvalues λ_k^+ and λ_k^- lies in $S_{k,+}$ and $S_{k,-,}$ respectively, where $S_{k,\nu} = S_{k,\sigma}^+ \bigcup S_{k,\sigma}^-$.

Theorem 1. For each $k \in \mathrm{N}$, each $\sigma \in \{+,-\}$ and each $\nu \in \{+,-\}$ there exists continua $B_{k,\sigma}^{\nu}$ of the set of nontrivial solutions of problem (1), (2) such that $B_{k,\sigma}^{\nu}$ meets both $(\lambda_k^{\sigma}, 0)$ and $(\lambda_k^{\sigma}, \infty)$, and lies in $R^{\sigma} \times S_{k,\sigma}^{\nu}$.

References

1. E.L. Ince. Ordinary differential equations / New York: Dover, 1927.

NODAL SOLUTIONS OF SOMEFOURTH-ORDER NONLINEAR HALF-EIGENVALUE PROBLEMS

Masuma Mammadhasum Mammadova
Baku, Baku State University,
memmedova.mesume@inbox.ru

We consider the following nonlinear half-eigenvalue problem

$$y^{(4)} - (q(x)y')' = \tau\, r(x)h(x)y + \varphi(x)y^+ + \psi(x)y^-, x \in (0,l), \tag{1}$$

$$y(0) = y'(0) = y(l) = y'(l) = 0, \tag{2}$$

Where $y^+ = \max\{y, 0\}$, $y^- = (-y)^+$, $q \in C^1[0,l]$, $q \geq 0$, $r \in C[0,l]$, $r > 0$, $\varphi, \psi \in C[0,l]$, $d \neq 0$ is a parameter, h has the form $h = f + g$, where f and g are continuous functions on R which satisfy the following conditions:

$$sf(s) > 0,\ s \in R \setminus \{0\};$$

$$\left|\frac{f(s)}{s}\right| \leq M,\ s \in R, s \neq 0;$$

there exist $g_0,\ g_\infty \in (0, +\infty)$ such that

$$g_0 = \lim_{|s| \to 0} \frac{g(s)}{s} \text{ and } g_\infty = \lim_{|s| \to +\infty} \frac{g(s)}{s}.$$

Let E be the Banach space $C^3[0,l] \bigcap B.C.$ with the usual norm $\| y \|_3 = \sum_{i=0}^{3} \| y^{(i)} \|_\infty$, where $B.C.$ is the set of functionssatisfying the boundary conditions (2), $\| y \|_\infty = \max_{x \in [0,l]} | y(x) |$.

By S_k^ν, $k \in \mathrm{N}$, $\nu \in \{+,-\}$, we denote the set of functions $y \in E$ possessing the oscillatory properties of eigenfunctions of the following linear eigenvalue problem

$$\begin{cases} y^{(4)} - (q(x)y')' = \lambda\, r(x)y, x \in (0,l), \\ y \in B.C. \end{cases}$$

(the definitions of these sets are given in [1, p. 1634-1635]).

It is known (see [2]) that there are two sequences $\{\lambda_k^+\}_{k=1}^\infty$ and $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^\infty$ of real and simple half-eigenvalues of the half-linear eigenvalue problem

$$\begin{cases} y^{(4)} - (q(x)y')' = \lambda\, r(x)y + \varphi(x)y^+ + \psi(x)y^-, x \in (0,l), \\ y \in B.C. \end{cases}$$

such that

$$\lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \ldots < \lambda_k^+ < \ldots$$

and

$$\lambda_1^- < \lambda_2^- < \ldots < \lambda_k^- < \ldots .$$

We introduce the notations:

$$r_0 = \min_{x \in [0,l]} r(x), \;\; r_1 = \max_{x \in [0,l]} r(x).$$

Now, using the results of [3, 4], we determine the interval τ in which nodal solutions to problem (1), (2) exist.

Theorem 1. Let $g_0 r_0 > M r_1$ and $g_\infty r_0 > M r_1$. Iffor some $k \in \mathrm{N}$ and $\nu \in \{+,-\}$ either

$$\frac{\lambda_k^\nu}{g_0 - M r_1/r_0} < \tau < \frac{\lambda_k^\nu}{g_\infty + M r_1/r_0}$$

or

$$\frac{\lambda_k^\nu}{g_\infty - M r_1/r_0} < \tau < \frac{\lambda_k^\nu}{g_0 + M r_1/r_0},$$

then there exists a nontrivial solution $u_k^\nu(x)$ of problem (1), (2) such that $u_k^\nu \in S_k^\nu$.

Theorem 2. Let $g_0 r_0 > M r_1$ and $g_\infty r_0 \le M r_1$. Iffor some $k \in \mathrm{N}$ and $\nu \in \{+,-\}$

$$\frac{\lambda_k^\nu}{g_0 - M r_1/r_0} < \tau < \frac{\lambda_k^\nu}{g_\infty + M r_1/r_0}$$

then there exists a nontrivialsolution $u_k^\nu(x)$ of problem (1), (2) such that $u_k^\nu \in S_k^\nu$.

Theorem 3. Let $g_0 r_0 \le M r_1$ and $g_\infty r_0 > M r_1$. Iffor some $k \in \mathrm{N}$ and $\nu \in \{+,-\}$

$$\frac{\lambda_k^\nu}{g_\infty - M r_1/r_0} < \tau < \frac{\lambda_k^\nu}{g_0 + M r_1/r_0},$$

then there exists a nontrivial solution $u_k^\nu(x)$ of problem (1), (2) such that $u_k^\nu \in S_k^\nu$.

References

1. Z.S. Aliyev, Global bifurcation of solutions of certain nonlinear eigenvalue problems for ordinary differential equations of fourth order, Sb. Math., 2016, vol.207, no. 12, p. 1625–1649.
2. B.P. Rynne, Half-eigenvalues of self-adjoint, $2m$ th-order differential operators and semilinear problems with jumping nonlinearities, Differential Integral Equations, 2001, vol. 14,no. 9, p.1129-1152.
3. M.M. Mammadova, Global bifurcation from zero in nondifferentiable perturbations of half-linear fourth-order eigenvalue problems, Proc. IMM, 2023, vol. 49, no. 1, p. 28-37.
4. M.M. Mammadova, Global bifurcation from infinity of nondifferentiable perturbations of half-linear eigenvalue problems for ordinary differential equations of fourth order, Casp. J. Appl. Math., Ecol.Econ., 2023, vol. 12, no. 2, p. 15-21.

NUMERICAL METHODS FOR THE SOLUTION OF THE VOLTERRA INTEGRAL EQUATION

Nigar Arastun Mammadzada

Bakı State University
nkerimli997@gmail.com

The quadrature approach is well-known as one of the widely used techniques for resolving Volterra integral equations.As is known all the methods has its advantages and disadvantages. The main disadvantages of the quadrature is increasing of the computational works, when moving from the current point to the next. To get of the indicated disadvantage, here proposed to use some simple methods for illustrate possibility of the construction numerical methods with the new proportion .For this ,let us to consider the following Volterra integral equation of the second kind:

$$y(x) = f(x) + \int_{x_0}^{x} (K(x,s,y(s))ds \;, x_0 \le s \le x \le X \;. \tag{1}$$

Suppose that this equation has the unique continuous solution defined on the segment [x_0, X]. But the given continue functions f(x) and K(x,s,y) are defined in some close set . For the construction the methods to find numerical solution of the equation (1), let us divide the segment [x_0, X] to N equal part by using mesh-points $x_i = x_0 + ih$ (i=0,1,…,N).And also to denote by the y(x_i) the exact , but by the y_i corresponding approximately values of the solution of equation (1).

If applied the quadrature method to solving of the equation (1), then receive:

$$y_n = f_n + h\sum_{i-0}^{n} A_i K(x_n, x_{i,} y_i) \;, (n=1,2,3,...) \;. \tag{2}$$

here A_i (i=0,1,…,n) are some real numbers. In simple case from (2) one can be receive the rectangle method in the case A_i=1 (i=0,1,…,n+1) and $A_n = 0$. It is easy to see that this method is explicit . But if thenis increases, then the volume of the computational work will be also increases . Yet us the equality (2) to right in the following form:

$$y_n = f_n - f_{n-1} + y_{n-1} + hK(x_{n-1}, x_{n-1}, y_{n-1}) + O(h).$$

Here have used the equality:

$$K(x_n, x_{i,} y_i) - K(x_{n-1}, x_{i,} y_i) = hK_x^{'}(\xi_i, x_i, y_i).$$

If take into account that ,the order of accuracy for the rectangle method equal to 1(one) , then receive that one can be write:

$$y_n = f_n - f_{n-1} + y_{n-1} + hK(x_{n-1}, x_{n-1}, y_{n-1}) . \tag{3}$$

Let's look at solving equation (1) using the Euler method to demonstrate what has been discussed. Then we have:

$$y_{n+1} = y_n + f_{n+1} - f_n + h(K(x_{n+1}, x_n, y_n) + K(x_n, x_n, y_n))/2 \tag{4}$$

These methods have applied to solving some concrete example in the result of which receive that results for the method of (2) is better.This factor have used for Simpson method in the result of which receive the following :

$$\begin{aligned} y_{n+1} = y_n + f_{n+1} - f_n + h(K(x_{n+1}, x_{n+1}, y_{n+1}) + K(x_{n+1}, x_{n+1/2}, y_{n+1/2}) + \\ + 3K(x_{n+1/2}, x_{n+1/2}, y_{n+1/2}) + K(x_{n+1}, x_n, y_n))/6 \end{aligned} \tag{5}$$

Noted that this method is one step, but Simpson method is two step method and can be written as:

$$y_{n+2} = y_n + f_{n+2} - f_n + h(K(x_{n+2}, x_{n+2}, y_{n+2}) + 4K(x_{n+1}, x_{n+1}, y_{n+1}) + K(x_n, x_n, y_n))/3 .$$

By the comparison of the (3)-(5) receive that methods with the maximal degree are not unique .If applied Simpson method to solve following problem :

$$y^{'} = \varphi(x, y), \quad y(x_0) = y_0 , x_0 \le x \le X \quad , . \tag{7}$$

then receive :

$$y_{n+2} = y_n + h(\varphi(x_{n+2}, y_{n+2}) + 4\varphi(x_{n+1}, y_{n+1}) + \varphi(x_n, y_n))/3..$$

As known as this method has the maximal order of the accuracy ($P_{max} = 4$) and uniqe in the class of two step methods .

Note that Simpson's method is implicit , which have applied to solving equation (1) in (5) but the others are explicit .One can be fined the extended information about multistep methods which have applied to solving equation (1) in (1)-(4).

References

1. Mehdiyeva G.Yu. , Ibrahimov V.R, Mirzaev R.R , "On application of a multistep method for solving Volterra integral equations of the second kind , " The International Conference on Theoretical and Mathematical Foundations of Computer Science,Orlando ,USA,2010p.46-50.
2. Mehdiyeva G.Yu. , Ibrahimov V.R, Imanova M.N, "On theconstructiontest equations and its applying to solving Volterra integral equations ," Mathematical methods for Information Science and Economics , Montreux, Switzerland, 2012,p.109-114.
3. Mehdiyeva G.Yu. , Ibrahimov V.R , Imanova M.N , "Application of the forward jumping method to the solution of Volterra integral equations," Conferance in Numerical Analaysis, Chaina, Greece 2010 p.106-111.

ONE MULTI-STEP METHODS APPLICATION TO THE SOLUTION OF THE SECOND KIND OF VOLTERRA INTEGRAL EQUATION

Nigar Mammadzada Arastun

Bakı State University

nkerimli997@gmail.com

The Volterra integral equation can be solved using a broad range of techniques, of which quadrature methods are among the most widely used. The main disadvantages of the quadrature is increasing of the computational works, when moving from the current point to the next. This method produced techniques freed from this flaw. Here, we continue these investigations by using single-step and multi-step approaches to the Volterra integral equation solution. Our goal is to develop techniques that combine the best aspects of multi-step and single-step approaches.

Consider the subsequent second-kind nonlinear Volterra integral equations:

$$y(x) = f(x) + \int_{x_0}^{x} (K(x,s,y(s))ds \qquad x_0 \le s \le x \le X \tag{1}$$

Here, we'll assume that a given continuous function, f (x), has continuous derivatives up to some P, inclusive, and is defined on the interval [x_0 ,X]. Additionally, the domain

$G\{x_0 \le s \le x \le X, |y| \le a\}$ is defined by the known continuous function in the set of parameters in the function K(x,s,y), where it has continuous partial derivatives up to order P.

Our study aims to compare constant coefficient one-step and multi-step techniques.

Note that each of these methods has its own advantages and disadvantages. When a method is well-structured, it can be applied to solve certain issues without requiring additional resources. And if the method has a complex structure, like hybrid methods or methods with looking ahead, then there is a need to use some structures in their applications, both scientific and technical problems, and in solving large-scale practical problems. To illustrate what has been said, let us consider the application of the Euler method to solving equation (1). Then we have:

$$y_{n+1} = y_n + f_{n+1} - f_n + h(K(x_{n+1}, x_n, y_n) + K(x_n, x_n, y_n))/2 \tag{2}$$

And now we use the midpoint method to solve equation (1). Then we have:

$$y_{n+1} = f_{n+1} - f_n + y_n + h(K(x_{n+1}, x_{n+1/2}, y_{n+1/2}) + K(x_{n+1/2}, x_{n+1/2}, y_{n+1/2}))/2 \tag{3}$$

Yet us noted that this method can be written as:

$$y_{n+2} = f_{n+2} - f_n + y_n + h(K(x_{n+2}, x_{n+1}, y_{n+1}) + K(x_{n+1}, x_{n+1}, y_{n+1})) . \tag{4}$$

Methods (3) and (4) has the one and the same order of accuracy .These methods have applied to solving some concrete example in the result of which receive that results for the method of (4) is better.

References

1. Mehdiyeva G., Imanova M., Ibrahimov V. Hybrid methods for solving Volterra integral equations // Journal of concrete and applicable mathematics, 2013, vol.11, no. 2, pp.246-252.
2. . Mehdiyeva G. The application difference methods to solving Volterra integral equation // Pensee Journal, 2013, vol. 75, no.11, pp.393-400.

3. Mekhtieva G.Yu., Imanova A.M. Application of a multi-step method to solving the Cauchy problem for ODE……

OSCILLATIONS OF INHOMOGENEOUS, ANISOTROPIC, HOLE-WEAKENED RECTANGULAR PROFILE CYLINDRICAL PANELS REINFORCED WITH ANNULAR RODS IN DYNAMIC CONTACT WITH A VISCOELASTIC MEDIUM

Ayten Hafiz Movsumova
Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan
aytan.movsumova@aztu.edu.az

The problem was solved based on the application of the Hamilton-Ostrogradsky variation principle. For this, the total energy of the system is written:

$$J = V_p + V_k + V_{2p} + V_{2k} + A_0 \tag{1}$$

Here V_p - is the potential energy of the cylindrical panel, V_k - is the kinetic energy of the cylindrical panel, V_{2p} - potential energy of the annular rods, V_{2k} - kinetic energy of the annular rods, A_0 - is the work done by the forces acting on the orthotropic cylindrical panel by the viscoelastic base in the displacements of the points of the panel. Expressions of energies included in the left side of equation (1) are given in [1]. To take into account the inhomogeneity along the thickness of the cylindrical panel, it was considered that the Young's modulus and the density of the material are a function of the coordinate varying through the thickness [2]. The force q_z acting on the cylindrical cover by the viscoelastic medium is expressed by the deflection $w(x,y,z)$ of the cylindrical cover as follows:

$$q_z = k_v w - k_p\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) - \int_0^t \Gamma(t-\tau)w(\tau)d\tau \tag{2}$$

Here k_v Winkler's coefficient, k_p is Pasternak's coefficient, which is found by experiment, t is time, $\Gamma(t-\tau)$ is the viscosity kernel.

Boundary conditions are also added to the energy expression. In the case of a hinged joint

$$u = v = w = M_x = 0 \qquad x = 0; l$$
$$u = v = w = M_x = 0 \quad \varphi = 0; \varphi_0 \tag{3}$$

It is assumed that the coordinate axes coincide with the main curvature lines of the panel, and the annular rods are in rigid contact with the coating along these lines:

$$u_j(x) = u(x, y_j) + h_j\varphi_1(x, y_j), \ \vartheta_j(x) = \vartheta(x, y_j) + h_j\varphi_2(x, y_j)$$
$$w_j(x) = w(x, y_j), \ \varphi_j(x) = \varphi_1(x, y_j), \ \varphi_{kpj}(x) = \varphi_2(x, y_j); \ h_j = 0{,}5h + H_j^1$$

According to the Hamilton-Ostrogradsky variational principle:

$$\delta W = 0$$

Here – $W = \int_{t'}^{t''} J dt$ is the Hamiltonian effect, t' and t'' –are given arbitrary moments of time.

$$J = V_k + V_{2k} - V_p - V_{2p} - A_0 \quad (4)$$

Let us find the displacements of the cylindrical panel as follows:

$$u = u_0 \sin\frac{\pi m x}{l}\sin k\frac{\pi\varphi}{\varphi_0}\sin\omega t; \quad \vartheta = \vartheta_0 \sin\frac{\pi m x}{l}\sin k\frac{\pi\varphi}{\varphi_0}\sin\omega t;$$

$$w = w_0 \sin\frac{\pi m x}{l}\sin k\frac{\pi\varphi}{\varphi_0}\sin\omega t. \quad (5)$$

Here, u_0, v_0, w_0 - are the unknown constants, m, k -are the wave numbers in the length and width directions of the cylindrical panel, respectively.

Using the solutions of (5), we get the following frequency equation as a result:

$$\det\|a_{ij}\| = 0, i, j = 1,3 \quad (6)$$

Equation (6) is a transcendental equation with respect to its ω frequency. Its roots are calculated by numerical method. Calculations show that the specific oscillation frequencies of the system increase as the number of shafts and the values of the inhomogeneity parameter increase.

Reference

1. Amiro I.Y., Zarutsky V.A., Polyakov P.S. Ribbed cylindrical shells. Kiev: Naukova Dumka, 1973, pp.248. (In Russian)
2. Lomakin V.A. Theory of elasticity of inhomogeneous bodies. Moscow: Moscow State Univ. Publ. house, 1976, pp.368. (in Russian)

THE CALCULATION OF THE REGULARIZATION TRACE OF THE DIFFUSION EQUATION BY LAX'S METHOD

Etibar Sadi Panakhov, Irada Hamlet Shikhaliyeva

Baku State University

epenahov@hotmail.com, i.humbatalizada@gmail.com

In this work, by using Lax's method [1], we calculate trace formulas of the equation

$$-y'' + [2\lambda p(x) + q(x)]y = \lambda y, \; x \in [0, \pi] \quad (1)$$

with boundary conditions

$$y(0) = y(\pi), y'(0) = y'(\pi) \quad (2)$$

$$y(0) = -y(\pi), y'(0) = -y'(\pi) \quad (3)$$

where

$$q(x) \in W_2^m[0, \pi], \; p(x) \in W_2^{m+1}[0, \pi] \;\; (m \ge 0).$$

Let

$$\cdots\lambda_{-2}^{-},\lambda_{-2}^{+},\lambda_{0}^{-},\lambda_{0}^{+},\lambda_{2}^{-},\lambda_{2}^{+},\cdots$$
$$\cdots\lambda_{-1}^{-},\lambda_{-1}^{+},\lambda_{1}^{-},\lambda_{1}^{+},\lambda_{3}^{-},\lambda_{3}^{+},\cdots$$

is discrete spectrum corresponding to periodic and antiperiodic problems (1), (2) and (1), (3).

For the problem (1), (2) and (1), (3) trace formula has the form respectively

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\lambda_{2n}^{+}+\lambda_{2n}^{-}-2c_0)=-c_0$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\lambda_{2n-1}^{+}+\lambda_{2n-1}^{-}-2c_0)=0$$

References

1. Lax P. D. Trace formulas for the Schrodinger operator. Comm. Pure and Applied Math., vol XLVII, pp 503 – 512
2. Guseinov G. Sh. Vestnik MGU, 1984, № 3, pp. 14 – 21
3. Gasymov M. G., Guseinov G. Sh. Determination of Diffusion operator on spectral data. Dokl AN Az. Vol XXXVII, № 2Б 1981б ззю 19 – 23

CONSTRUCTION OF BILATERAL METHODS USING EXPLICIT RUNGE-KUTTA METHODS OF THE FIRST ORDER

Gulshan Xaliq Shafiyeva, Cahanbanu Rovshan Guliyeva

Baku State University

Gulshan.shafiyeva@mail.ru, cahanquliyeva123@gmail.com

It is known that for receiving the availability results for the solution of investigated problem in often are used the Bilateral Methods. And as is known, one of the popular One-step Methods is the Runge-Kutta Methods, which are successfully applied to solve many problems of Natural Sciences. For the illustration of this, let us consider the solution of the initial-value problem for the ODEs (Ordinary Differential Equations) of the first order having the following form:

$$y' = f(x,y),\ y(x_0)=y_0,\ x_0 \le x \le \mathrm{X}. \tag{1}$$

Assume that this problem has a unique solution that is defined on the interval $[x_0, \mathrm{X}]$. For the construction of Numerical Methods, let us designate the exact values of the solution of the problem (1) at the point x_i by the $y(x_i)$, but for corresponding approximately values of the solution of problem (1) at the point x_i by the y_i $(i=0,1,\ldots)$.

Suppose that he continuous to totality of arguments functions is defined in some close domain in which has the derivatives to up p, inclusively. For the construction of the numerical methods, let us divide the interval $[x_0, \mathrm{X}]$ to N equal parts by using constant step-size h and mesh-points by taking as $x_{i+1}=x_i+h$ $(i=0,1,\ldots,N-1)$.

It is known that the family of second order Runge-Kutta method can be presented as:

$$y_{n+1} = y_n + h(\beta_1 k_1 + \beta_2 k_2), \tag{2}$$

here, $k_1 = f(x_n, y_n)$, $k_2 = f(x_n + \alpha_1 h, y_n + \gamma_1 k_1)$.

Noted that this method is explicit and the value of the order of accuracy depends on the value of α_1, γ_1, and β_1, β_2. If one takes $\gamma_2 = 0$, then from the method (2) receives:

$$y_{n+1} = y_n + hk_1 \text{ or } y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n). \tag{3}$$

Method (3) can be received from method (2) in the case $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0$. Noted that the local error for this method can be presented as:

$$\frac{h^2 y''(x_n)}{2} + O(h^3), h \to 0. \tag{4}$$

And now, let us choose the coefficients in the method of (2) as the $\beta_1 = 0$, $\alpha_1 = 1$, $\gamma_1 = 1$. In this case, from the method (2) receives:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1}, y_n + hf(x_n, y_n)). \tag{5}$$

The local truncation error for the method can be presented as,

$$\frac{-h^2 y''(x_n)}{2} + O(h^3). \tag{6}$$

Using the presentation for the method (3) and (5), receives that the exact value of the solution to the research problem will always lie between the values, calculated by the methods (3) and (5). From which follows, the proposed method is the Bilateral method.

References

1. V.R.Ibrahimov, M.N.Imanova, Finite difference methods with improved properties and their application to solving some model problems, 2022 International Conference on Computational Science and Computational Intelligence (CSCI), 2023, p.464-472.
2. D.A. Juraev, V. Ibrahimov, P. Agarwal, Regularization of the cauchy problem for matrix factorizations of the helmholtz equation on a two-dimensional bounded domain, Palestine Journal of Mathematics, 12(1), 2023, p. 381-403.
3. V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, About some applications multistep methods with constant coefficients to investigation of some biological problems, American Journal of Biomedical Science and Research, vol. 18, 2023, p. 531-542.
4. Ибрагимов, В.Р., Шафиева, Г.Х., О некоторых применениях метода прогноза-коррекции, VII -Guang Yue, Davron Aslonqulovich Juraev, On Some Advantages of the Predictor-Corrector Methods, IETI Transactions International Scientific and Practical conference "SCIENCE and TECHNOLOGIES", 2023/10/31, p. 284-293.
5. Vagif Rza Ibrahimov, Xiao on Data Analysis and Forecasting (iTDAF), December 2023, p 79-89.

О СКОРОСТНЫХ СВОЙСТВАХ СЛЕДОВ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФУРЬЕ-БЕССЕЛЯ

Садиг Керим оглы Абдуллаев, Рухангиз Огтай гызы Гаджиева,
Назрин Эльхан гызы Бахшиева
Бакинский Государственный Университет
sadig.abdullaev@mail.ru

В работе рассматриваются скоростные свойства, типа локальных отношений, следов на координатных гиперплоскостях произвольной размерности s, обобщенных потенциалов Бесселя

$$J^{\omega}_{\gamma_{n,k}}(f)(x)=\int_{R^+_{n,k}} T^{y}(f(x))G^{\omega}_{\gamma}y)\,d\mu_{n,k}(y),$$

$$G^{\omega}_{\gamma}(x)=c^{\omega}_{\gamma}\int_0^{\infty}\left(\frac{\omega(\delta)}{\delta^{n+|\gamma_{n,k}|}}\right)^{1/2} e^{-\frac{\delta}{4\pi}-\frac{|x|^2\pi}{\delta}}\frac{d\delta}{\delta},$$

ассоциированных дифференциальным оператором Лапласа-Бесселя [1],

где $R^+_{m+k,k}=\{(x_1,\dots,x_{m+k})\in R^{m+k}: x_{m+i}>0, i=1,\dots,k\}$, l и $m,k\geq 0$, целые числа, $n=m+k\geq 1$, R^l - евклидово пространство размерности l, $R^+_{m+0,0}\equiv R^m$.
$T: u\to T^y_{\gamma_{n,k}}(u(x))$- оператор обобщенного сдвига, порожденный оператором Лапласа-Бесселя [2]:

$$\Delta_{B_{m+k,k}}(x)=\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}+\sum_{j=m+1}^{m+k}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}+\frac{\gamma_j}{x_j}\frac{\partial}{\partial x_j}\right),\ \gamma_{m+1}>0,\dots,\gamma_{m+k}>0,$$

$\gamma_{n,k}\overset{\text{def}}{=}(0,\dots,0,\gamma_{m+1},\dots,\gamma_{m+k})\in R^+_{m+k,k}$, $|\gamma_{n,k}|=\sum_{i=1}^{k}\gamma_{m+i}$, $\propto_{n,k}=n+|\gamma_{n,k}|$.
И $y^{\gamma_{n,k}}=y_{m+1}^{\gamma_{m+1}}\dots y_{m+k}^{\gamma_{m+k}}$, $d\mu_{n,k}(y)=y^{\gamma_{n,k}}dy$, если $y\in R^+_{m+k,k}$.

$B_{n,k}(p,\alpha_{n,k})-$ класс потенциалов $J^{\omega}_{\gamma_{n,k}}$ таких, что:

1) $J^{\omega}_{\gamma_{n,k}}(f)(x)$ существует для почти всех $x\epsilon R^+_{m+k,k}$, когда

$$f\in L_{p,\gamma_{n,k}}(R^+_{n,k})=\left[f-\text{изм.}:\left\|f: L_{p,\gamma_{n,k}}(R^+_{n,k})\right\|=\left(\int_{R^+_{n,k}}|f(y)|^p d\mu_{\gamma_{n,k}}(y)\right)^{1/p}<+\infty\right];$$

2) существует $\alpha_{\omega}\in(0,\alpha_{n,k}/p)$ такое, что

$$\exists c>0,\ c^{-1}t^{\alpha_{\omega}}\leq\omega(t)\leq ct^{\alpha_{\omega}}\ t>0.$$

Если $k=0$, то $\gamma_{n,k}=0\in R^m$, $T^y_{\gamma_{n,k}}f(x)=f(y-x)$ - обычный сдвиг и $d\mu_{n,k}(y)=dy\equiv dy_1\dots dy_n$.

Когда $n=m+k\geq 2$ и $s\in\{1,\dots,n-1\}$, пространство $R^+_{n,k}$ разбиваем на прямую сумму пространства R^+_{s,k_s} точек ${}_s x$ и пространства R^+_{s',k'_s} точек ${}_s x'$, так что, $x=\uparrow({}_s x,\ {}_s x')\in R^+_{n,k}$. $(s'=n-s, k'_s=k-k_s)$. Если $s=n$, то $m=m_s, k_s=k$.

Пусть $_s x$ выбрана и $t \in \{1,\ldots,s\}$.Теперь разложим пространство R^+_{s,k_s} на прямую сумму пространства $R^+_{t,(k_s)_t}$ точек $_t(\,_s x)$ (координаты фиксируются) и пространства $R^+_{s-t,(k_s-(k_s)_t)}$ точек $_t(_s x)'$ так, чтобы, $_s x = \uparrow (_t(\,_s x),_t(\,_s x)') \in R^+_{s,k_s}$.

Доказывается

Теорема. Пусть $1 \le p < +\infty, n = m + k \ge 2$, $s \in \{1, \ldots n-1\}$, $t \in \{1, \ldots s\}$,

$J^{\omega}_{\gamma_{n,k}} \in B_{n,k}(p, \alpha_{n,k})$. А также $\frac{\alpha_{n-s,k_s'}}{p} < \alpha_\omega$ и $q_s > 1$ такое что,

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q_s} = \frac{\alpha_\omega - (\alpha_{n-s,k_s'}/p)}{\alpha_{s,k_s}} .$$

Тогда, при $-(t + |\gamma_{t,(k_s)_t}|)/p' < \eta < 0$ если,

$$\lim_{\xi\to 0} \xi^\eta \left\{ \int_{\left\{x \in R^+_{n,k}:\, |\,_t(_s x)| \le \xi\right\}} |f(x)|^p d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p} = 0,$$

то, равномерно по $_s x'$

$$\lim_{\xi\to 0} \xi^\eta \left\{ \int_{\left\{x \in R^+_{s,k_s} |\,_t(_s x)| \le \xi\right\}} \left| J^{\omega}_{\gamma_{n,k}}(f)\left(\bullet,\,_s x'\right) \right|^{q_s} d\mu_{s,k_s}(x) \right\}^{1/q_s} = 0 .$$

Литература

1. Абдуллаев С.К., Hacıyeva P.O., Гулиева В.Ф. Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş « Diferensial və inteqral operatorlar» mövzusunda RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSININ MATERİALLARI Bakı, 7-8 dekabr 2023, s.184
2. Levitan B.M. Uspekhi Mat. Nauk, 6 (1951), no. 2, 102-143 pp.
3. Abdullayev K., Mammadov E.A. Nonlinear Analysis and Diferential Equations, Vol.5, 2017, no. 2, 75 – 88.
4. K.Abdullayev S., Mammadov E.A.Украинский математический журнал т.72, 2020, №1 ,3-19.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОДНОЙ НЕГЛАДКОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

Агамали Гулу оглы Агамалиев

Бакинский Государственный Университет

a_agamali@mail.ru

Рассматривается задача минимизации функционала

$$I(u) = \max_{b \in B} g(x(t_1, b), b) \tag{1}$$

при ограничениях

$$\dot{x}(t,b) = \max_{q\in Q} f(q, x(t,b), u(t), b), x(t_0, b) = x_0(b), \qquad (2)$$

$$u(t) \in U \in R^r, t \in [t_0, t_1] \qquad (3)$$

Здесь функции g, f, g_x, f_xнепрерывны по совокупности переменных, B, Q - компактные множества из R^l, R^sсоответственно,t_0, t_1 фиксирован.

В системе (2) подразумевается, что максимум берется отдельно для каждой компоненты, т.е. набор параметров q для каждой компоненты, вообще говоря, отличен от соответствующего набора для любой другой компоненты.

Пусть выполняется условия:

1. $Q \in R^s$ заданная компактная множество.
2. $f(q, x, u, b)$ - m - мерная вектор - функция,непрерывная в$QxR^m xUxB$вместе с $f_x(q, x, u, b)$,причем, матрицы $\min_{q\in Q} f_x(q, x, u, b)$, $\max_{q\in Q} f_x(q, x, u, b)$ ограничены в $R^m xUxB$, где

$$R(x, u, b) = \left\{q \in Q: \max_{\bar{q}\in Q} f(\bar{q}, x, u, b) = f(q, x, u, b)\right\}.$$

Теорема. Пусть $(x_*(t), u_*(t))$решение задачи (1) - (3). Тогда выполняются неравенства

$$\begin{cases} \min\limits_{b\in B_0}\left[p(t,b) \max\limits_{q\in Q} f\big(q, x_*(t,b), u_*(t)\big), b) \le 0\right] \\ \max\limits_{b\in B_0}\left[p(t,b) \max\limits_{q\in Q} f\big(q, x_*(t,b), u_*(t)\big), b) \ge 0\right] \end{cases}$$

почти при всех $t \in [t_0, t_1]$,

$$\min_{b\in B_0}\left[p(t,b) \max_{q\in Q} f(q, x_*(t,b), u), b) \le 0\right]$$

для всех $u \in U$ и почти при всех $t \in [t_0, t_1]$, где $p(t, b)$ является решением задачи

$$\dot{p}(t,b) = A(t,b)p(t,b), p(t_1, b) = -g_x(x_*(t_1, b), b),$$

$A(t, b)$ – некоторая матрица, измеримая по t для всех $b \in B_0$ такая, что

$$\min_{q\in R(x_*(t,b), u_*(t), b)} f_x(q, x_*(t,b), u_*(t), b) \le A(t,b) \le$$

$$\le \max_{q\in R(x_*(t,b), u_*(t), b)} f_x(q, x_*(t,b), u_*(t), b),$$

$$B_0 = \left\{b \in B: \max_{\bar{b}\in B} g\left(\left(x_*(t_1, \bar{b}), \bar{b}\right)\right) = g(x_*(t_1, b), b)\right\}.$$

Литература

1. Беллман Р. Динамические программирование. М. Ил, 1960. 400с.
2. АльсевичВ.В. Задача терминального управления с не дифференцируемыми критерием качества. В сб.Дифференциальное и интегральные уравнения 2. Вып. 2, Иркутск,1973, с.81-87.
3. Агамалиев А.Г. Принцип максимума в одной экстремальной задаче. Изв. АН Азерб. ССР, сер. физ. мат. тех. наук, 1977, №6, с. 48-51.
4. Гасанов К.К. , Агамалиев А.Г. Принцип максимума в одной экстремальной задаче. Учение записки АГУ им. С.М. Кирова. Вопросы прикладной математики и кибернетики, № 1,1978.
5. Roxin E. The Existence of optimal Controls. Michigan Math. J. 1962. №2.

О МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ДИНАМИКИ ЭКСЦЕНТРИЧНОГО ПОЛОГО ЦИЛИНДРА ИЗ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА С ОДНОРОДНЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

Surxay Cabbar oğlu Əkbərov, Sona Samir qızı Fərəcova, Yusif Məmmədəli oğlu Sevdimaliyev

[1]Department of Mechanical Engineering, Yıldız Technical University, Istanbul, Turkey
[2]Institute of Mathematics and Mechanics, of the MSE of the Azerbaijan, Baku,
[3]Department of theoretical and continuum mechanics, Baku State University, Azerbaijan,
[4] Department of mechanics and mathematics, Western Caspian University, Azerbaijan, Baku

akbarov@yildiz.edu.tr, sona.ferecova@wcu.edu.az, yusifsev@bsu.edu.az

Рассмотрим круглый цилиндр бесконечной длины и предположим, что в этом цилиндре имеется эксцентричное цилиндрическое отверстие также бесконечной длины. Предположим, что центральные оси цилиндра и цилиндрического отверстия параллельны друг другу и расстояние между этими осями равно R_{cb}. Соединим координаты цилиндрической $Or\theta z$ и декартовой $Ox_1x_2x_3$ систем с центральной осью цилиндра. При этом предположим, что начало оси $z = x_3$ и центр цилиндрического отверстия находятся на оси координат Ox_1, а расстояние между этим центром и выбранным началом системы координат равно R_{cb}. Будем также считать, что сечение этого отверстия представляет собой окружность и радиус этой окружности равен R_b. При этом полагаем, что сечение цилиндра представляет собой двусвязную эксцентрическую окружность, занимающую площадь, входящую в круг радиуса R_c ($R_c > R_b$), из которого вычитается круг радиуса R_b. Мы также связываем декартову $O_0x_{10}x_{20}x_{30}$ и цилиндрическую $O_0r_0\theta_0z_0$ системы координат с центральной осью цилиндрического отверстия. Связью между выбранными системами координат ,будет иметь вид: $x_1 = R_{cb} + x_{10}$; $x_2 = x_{20}$; $x_3 = x_{30}$; $r\exp(i\theta) = R_{cb} + r_0\exp(i\theta_0)$, $z = z_0$.

Согласно монографиям [1, 2] записывается уравнения поля трехмерной линеаризованной теории упругих волн в телах с начальными напряжениями в цилиндрической системе координат. Для решения системы уравнений движения, соотношения эластичности и деформация-напряжения необходимы граничными и начальными условиями, которые относятся к типу конкретной исследуемой динамической задачи. Например, если исследовать дисперсию волн, распространяющихся в цилиндре в направлении оси Oz, то в точках $r = R_c$ и $r_0 = R_b$ можно записать следующие граничные условия.

$$\sigma_{rr}\big|_{r=R_c} = 0,\ \sigma_{r\theta}\big|_{r=R_c} = 0,\ \sigma_{rz}\big|_{r=R_c} = 0,\ \sigma_{rr}\big|_{r_0=R_b} = 0,\ \sigma_{r\theta}\big|_{r_0=R_b} = 0,\ \sigma_{rz}\big|_{r_0=R_b} = 0. \quad (1)$$

Согласно монографии [2] введены потенциалы Ψ и X, через которые смещения представляются следующими выражениями.

$$u_r = \frac{\partial}{r\partial\theta}\Psi - \frac{\partial^2}{\partial r\partial z}X \text{, ...,} \tag{2}$$

где эти потенциалы удовлетворяют следующим уравнениям.

$$\left(\Delta_1 + \xi_1^2\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\rho}{A_{11}-A_{12}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Psi = 0,\ \left[\left(\Delta_1 + \xi_2^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(\Delta_1 + \xi_3^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) - \rho\left(\frac{A_{11}+A_{44}}{A_{11}A_{44}}\Delta_1 + \right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{A_{33}+\sigma_{zz}^0}{A_{11}A_{44}}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + \frac{\rho^2}{A_{11}A_{44}}\frac{\partial^4}{\partial t^4}\right]X = 0. \tag{3}$$

Константы ξ_1, ξ_2, и ξ_3 определяются из соответствующих алгебраических уравнений, приведенных в [2]. Таким образом, представляя потенциалы Ψ и X как и подставляя эти представления в уравнения (3), определяются следующие уравнения для функций $\Psi_{1n}(r)$ и $X_{1n}(r)$.

$$\Psi = \cos(kz - \omega t)\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\Psi_{1n}(r)e^{in\theta} + \Psi_{1n}^0(r_0)e^{in\theta_0}\right], \text{....} \tag{4}$$

$$\left(\Delta_{1n} + \zeta_1^2\right)\Psi_{1n} = 0,\ \left(\Delta_{1n} + \zeta_2^2\right)\left(\Delta_{1n} + \zeta_3^2\right)X_{1n} = 0,\ \Delta_{1n} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2},\ \text{....} \tag{5}$$

где ξ_1, ξ_2, и ξ_3 определяются из соответствующих алгебраических уравнений [2]. Решения уравнений (5) определим следующим образом.

$$\Psi_{1n} = \begin{cases} B_{1n}J_n(\zeta_1 kr)\ if\ \zeta_1^2 > 0 \\ B_{1n}I_n(\zeta_1 kr)\ if\ \zeta_1^2 < 0 \end{cases},\ \Psi_{1n}^0 = \begin{cases} C_{1n}Y_n(\zeta_1 kr_0)\ if\ \zeta_1^2 > 0 \\ C_{1n}K_n(\zeta_1 kr_0)\ if\ \zeta_1^2 < 0 \end{cases}, \text{.......} \tag{6}$$

где $J_n(x)$ и $Y_n(x)$ ($I_n(x)$ and $K_n(x)$)— функции Бесселя (модифицированные функции Бесселя) первого и второго рода n-го порядка. Используя решения в (6), выражения, определим выражения для перемещений и напряжений в виде бесконечных рядов, аналогичных ряду в (4). Формально мы можем представить эти ряды следующим образом:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\left(\sum_{j=1}^{3}a_{jn}(\zeta_j kr)\right)e^{in\theta} + \left(\sum_{j=1}^{3}b_{jn}(\zeta_j kr_0)\right)e^{in\theta_0}\right] \tag{7}$$

Из (10) следует, что выражение (10) записано с использованием одновременно двух систем координат $Or\theta z$ и $O_0r_0\theta_0z_0$. Однако если первые три ограничения в (1) выполнены, то выражение (7) необходимо переписать только в системе координат $Or\theta z$, а если выполнены вторые три ограничения в (1), то выражение (7) необходимо переписать только через $O_0 r_0 \theta_0 z_0$. Переход от координат $Or\theta z$ к координатам $r = R_c$ можно записать следующим образом:

$$r_0 = r_0(R_c, \theta) = R_c \sqrt{1 - 2R_{cb}\cos\theta / R_c + (R_{cb} / R_c)^2}\,,$$

$$\theta_0 = \theta_0(r, \theta) = \arg\cos((\cos\theta - R_{cb} / R_c) / \sqrt{1 - 2R_{cb}\cos\theta / R_c + (R_{cb} / R_c)^2}\,). \tag{8}$$

До сих пор аналогичные математические задачи, решались с помощью теоремы суммирования цилиндрической функции с использованием соотношени $r\exp(i\theta) = R_{cb} + r_0 \exp(i\theta_0)$. В этой работе использован метод, основанной на представлении ряда Фурье $a_{jn}(\zeta_j kr(R_b, \theta_0))e^{in\theta(R_b, \theta_0)}$ и $b_{jn}(\zeta_j kr_0(R_c, \theta))e^{in\theta_0(R_c, \theta)}$ в системе координат $O_0 r_0 \theta_0 z_0$ и $Or\theta z$ соответственно. т.е. мы используем следующие соотношения

$$a_{jn}(\zeta_j kr(R_b, \theta_0))e^{in\theta(R_b, \theta_0)} = \sum_{k=0}^{\infty} a_{jnk}(\zeta_j kR_b)e^{ik\theta_0}\,,$$

Таким образом, применив описанную выше процедуру, получим систему бесконечных линейных алгебраических уравнений для неизвестных констант, содержащихся в выражении (4). Если положить определитель матрицы коэффициентов этой системы уравнений равным нулю, то получим соответствующее дисперсионное уравнение. Это уравнение решается численно.

В настоящей работе предложен новый подход, основанный на методе рядов Фурье имеет преимущества перед методом, основанным на теореме суммирования функций Бесселя. Это связано с тем, что представленный метод можно применять не только в тех случаях, когда указанные выше сечения цилиндра и отверстия имеют круглую форму, но и в случаях, когда эти сечения не являются круглыми, например эллипс, суперэллипс и т. д.

Литература

1. Akbarov S.D., Dynamics of Pre-Strained Bi-Material Elastic Systems: Linearized Three-Dimensional Approach, Springer, Heidelberg, New-York, USA, 2015, 1004 p.
2. Guz,A.N.Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses.Kiev, "A.C.K",2004,671 p.

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ИНТЕГРАЛА ТИПА ПОТЕНЦИАЛА С ОГРАНИЧЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ПО ПОЛУПРОСТРАНСТВУ ПОТЕНЦИАЛОМ РИССА ПО ПОЛУПРАНСТВУ

Рауф Мусеиб оглы Бабаев

Bakı Dövlət Universiteti,

Babaevrauf55@mail.ru

Рассмотрим потенциал Рисса

$$(K^{\alpha}\varphi)=\int\limits_{R^n}\frac{\varphi(\tau)d\tau}{|x-\tau|^{n-\alpha}},\quad 0<\alpha<n,\quad x\in R^n.$$

Известно [1] , что оператор K^{α} определен на $L_p(R^n)$ (интеграл сходится абсолютно п.в. в R^n) при $1\le p<\frac{n}{\alpha}$ и является ограниченными при $1<p<\frac{n}{\alpha}$, из $L_p(R^n)$ в $L_q(R^n)$, где $\frac{1}{q}=\frac{1}{p}-\frac{\alpha}{n}$. Как принято, обозначим $\frac{1}{p_\alpha}=\frac{1}{p}-\frac{\alpha}{n}$, т.е. $p_\alpha=\frac{np}{n-\alpha p}$.

А теперь рассмотрим потенциал Рисса по полупространству, например, по $R_+^n=\{x\in R^n : x=(x_1,\dots,x_n),\ x_n>0\}$,т.е.

$$(K_+^{\alpha}\varphi)(x)=\int\limits_{R_+^n}\frac{\varphi(\tau)d\tau}{|x-\tau|^{n-\alpha}},\quad x\in R_+^n,\quad 0<\alpha<n.$$

Из [4] следует, что оператор K_+^{α} также определен в пространстве $L_p(R_+^n)$ при $1\le p<\frac{n}{\alpha}$ и является ограниченный при $1<p<\frac{n}{\alpha}$,из $L_p(R_+^n)$ в $L_q(R_+^n)$,где $\frac{1}{q}=\frac{1}{p}-\frac{\alpha}{n}$.

Обозначим

$$K_+^{\alpha}\left(L_p(R_+^n)\right)=\left\{f : f=K_+^{\alpha}\varphi,\ \varphi\in L_p(R_+^n)\right\}$$

Из [4] следует

Лемма 1. $f\in K_+^{\alpha}\left(L_p(R_+^n)\right)$ тогда и только тогда, если:

1)при $\alpha<\frac{2}{p}$ выполняется $f\in K_p^{\alpha}(R_+^n)\overset{dif}{=}P_{R_+^n}K^{\alpha}(L_p(R^n))$;

2) при $\alpha>\frac{2}{p}$, $\left[\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{p}\right]\ne\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{p}$ выполнялись $f\in K_p^{\alpha}(R_+^n)$ и $t\tau_0\partial_n^j D_-^{\alpha/2}f=0$, $j=0,1,\dots,\left[\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{p}\right]$.

Здесь $P_{R_+^n}$ – оператор сужения на R_+^n, $P_{R_+^n}K^{\alpha}(L_p(R^n))$ – класс сужения функций из $K^{\alpha}(L_p(R^n))$ на R_+^n; $t\tau_0 f$ – след функции f на гиперплоскость $x_n=0$ ([4]), т.е.

$$t\tau_0 f\overset{dif}{=}\lim_{x_n\to 0+}{}^{L_q(R^{n-1})}\ f(x',x_n),\ q=\frac{(n-1)p}{n-\alpha p},\ \alpha<\frac{n}{p};$$

$$\left(D_-^{\beta}f\right)(x)=\frac{1}{H_o(\beta,l)}\int\limits_{R_+^n}\frac{(\Delta_{-y}^{l}f)(x)}{y_n^{\beta}|y|^n}dy,\ l>\beta,\quad H_o(\beta,l)=\frac{H(\beta,l)}{C_n}$$

$$C_n = \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\pi^{-\frac{n}{2}}, \quad H(\beta, l) = \int_0^{+\infty}(1-l^{-r})^l \eta^{-\beta-1} d\eta,$$

$$(\Delta_{-y}^l f)(x) = \sum_{k=0}^{l}(-1)^k C_l^k f(x+ky)$$

конечная разность порядка l с векторным шагом $-y$ и с центром в точке x.

Рассмотрим интеграл типа потенциала по полупространству, т.е.

$$(G_+^\alpha \varphi)(x) = \int_{R^n} \frac{c(x,\tau)\varphi(\tau)dr}{|x-\tau|^{n-\alpha}}, \qquad X \in R_+^n. \tag{1}$$

Пусть $0<\alpha<1, \quad \varphi \in L_p(R_+^n), \quad 1<p<\dfrac{n}{\alpha}, \quad c(x,\tau)$ - ограниченная на $R_+^n \times R_+^n = \{(x,\tau): x \in R_+^n,\ \tau \in R_+^n\}$.

Пусть $c(x,\tau)-$характеристика, удовлетворяющая условию Гельдера, т.е.

$$|c(x,\tau)-c(x_1,\tau)| \le \frac{C|x-x_1|^\lambda}{(1+|x|)^\lambda (1+|x_1|)^\lambda},$$

где $C-$абсолютная постоянная (не зависящая от x, x_1, τ) $0<\alpha<\lambda \le 1$.

Очевидно, что при ограниченной измеримой $c(x,\tau)$, $x \in R_+^n, \tau \in R_+^n$ интеграл (1) (при остальных условиях на φ) сходится п.в. на R_+^n.

Имеем $(G_+^\alpha \varphi)(x) = (T^\alpha \varphi)(x) + (T_1^\alpha \varphi)(x), \quad x \in R_+^n$, где

$$(T^\alpha \varphi)(x) = g(x) \overset{def}{=} \int_{R_+^n} \frac{[c(x,\tau)-c(\tau,\tau)]\varphi(\tau)d\tau}{|x-\tau|^{n-\alpha}},$$

$$(T_1^\alpha \varphi)(x) = g_1(x) \overset{def}{=} \int_{R_+^n} \frac{c(\tau,\tau)\varphi(\tau)d\tau}{|x-\tau|^{n-\alpha}}, \quad x \in R_+^n.$$

Верно

$$g(x)-g(x+t) = \int_{R_+^n}[c(x,\tau)-c(\tau,\tau)]\left[\frac{1}{|x-\tau|^{n-\alpha}} - \frac{1}{|x+t-\tau|^{n-\alpha}}\right]\varphi(\tau)d\tau + \\ + \int_{R_+^n} \frac{c(x,\tau)-c(x+t,\tau)}{|x+t-\tau|^{n-\alpha}}\varphi(\tau)d\tau \tag{2}$$

Пусть

$$f_1(x,t) \overset{def}{=} \int_{R_+^n}[c(x,\tau)-c(\tau,\tau)]\left[\frac{1}{|x-\tau|^{n-\alpha}} - \frac{1}{|x+t-\tau|^{n-\alpha}}\right]\varphi(\tau)d\tau,$$

$$f_2(x,t) \overset{def}{=} \int_{R_+^n} \frac{c(x,\tau)-c(x+t,\tau)}{|x+t-\tau|^{n-\alpha}}\varphi(\tau)d\tau, \quad x,t \in R_+^n.$$

имеем

Лемма 2. Интеграл

$$\int\limits_{R^n_{\varepsilon+}} \frac{g(x)-g(x+t)}{t_n^{\alpha}|t|^n}dt, \tag{3}$$

где $R^n_{\varepsilon+} = \{x \in R^n_+ : \ x=(x_1,\ldots,x_n), \ \ x_n > \varepsilon\}$, сходится при $\varepsilon \to 0$ в $L_p(R^n)$.

Для доказательства леммы 2 предварительно докажем две леммы.

Лемма 3. Пусть $\alpha < 1$, $\alpha < \gamma$, $0 < \gamma$, $\beta < n$ и $n-\beta-\gamma+\alpha > 0$. Тогда имеем оценку

$$i_{\alpha,\beta,\gamma}(x) = \int\limits_{R^n_+} \frac{dt}{t_n^{\alpha}|t|^{n-\gamma}|t+x|^{n-\beta}} \le C(\alpha,\beta,\gamma,n).$$

$$\begin{cases} \dfrac{\ln\left(2+\dfrac{|x'|}{|x_n|}\right)}{|x|^{n-\gamma}}, & \beta=\alpha, \\ \dfrac{1}{|x|^{n+\gamma-\beta-\gamma}}, & \beta>\alpha, \\ \dfrac{1}{|x|^{n-\gamma}|x_n|^{\alpha-\beta}}, & \beta<\alpha, \end{cases}$$

где $x=(x',x_n)\in R^n$ (т.е. $x' \in R^{n-1}$, $x_n \in (-\infty,+\infty)$), $C(\alpha,\beta,\gamma,n)$ постоянная, зависящая лишь от α, β, γ и n.

Лемма 4.

$$\sup_{\varepsilon>0}\left\| \int\limits_{R^n_{\varepsilon+}} \frac{g(x)-g(x+t)}{t_n^{\alpha}|t|^n}dt \right\|_{L_p(R^n_+)} < +\infty.$$

Докажем лемму 2, т.е.

$$\int\limits_{R^n_{\varepsilon+}} \frac{g(x)-g(x+t)}{t_n^{\alpha}|t|^n}dt$$

сходится при $\varepsilon \to 0+$ в $L_p(R^n_+)$.

Имеем $(\varepsilon_2 > \varepsilon_1 > 0)$

$$\int\limits_{R^n_{\varepsilon+}} \frac{g(x)-g(x+t)}{t_n^{\alpha}|t|^n}dt = \int\limits_{R^n_{\varepsilon+}} \frac{f_1(x,t)dt}{t_n^{\alpha}|t|^n} + \int\limits_{R^n_{\varepsilon+}} \frac{f_2(x,t)dt}{t_n^{\alpha}|t|^n}, \tag{4}$$

$$\int\limits_{(\varepsilon_1,\varepsilon_2)_n} \frac{g(x)-g(x+t)}{t_n^{\alpha}|t|^n}dt = \int\limits_{(\varepsilon_1,\varepsilon_2)_n} \frac{f_1(x,t)dt}{t_n^{\alpha}|t|^n} + \int\limits_{(\varepsilon_1,\varepsilon_2)_n} \frac{f_2(x,t)dt}{t_n^{\alpha}|t|^n}. \tag{5}$$

Пользуясь полнотой пространства $L_p(R_+^n)$ из(4),(5) получим требуемой утверждение. Таким образом, лемма 2 доказана.

Так как $G_+^\alpha \varphi \in L_{p_\alpha}(R_+^n)$ при $\varphi \in L_p(R_+^n)$ то из лемм 1 и 2 следует ([4]).

Теорема. Пусть $0<\alpha<1,\ 1<p<\frac{n}{2}$ и $(G_+^\alpha \varphi)(x),\ \ \varphi \in L_p(R_+^n),\quad x \in R_+^n -$ интеграл типа потенциала с ограниченной характеристикой по полупространству R_+^n и характеристика $-c(x,\tau)$ удовлетворяет условию Гельдера с показателем $\lambda,\ \alpha<\lambda\le 1$, т.е.

$$|c(x,\tau)-c(x_1,\tau)| \le \frac{C|x-x_1|^\lambda}{(1+|x|)^\lambda (1+|x_1|)^\lambda},\ x, x_1, \tau \in R_+^n$$

где $C -$ абсолютная постоянная. Тогда

1. при $\alpha < \frac{2}{p}$ выполняется $G_+^\alpha(L_p(R_+^n)) \subset K_+^\alpha(L_p(R_+^n))$

2. при $\alpha > \frac{2}{p}$ для того чтобы $G_+^\alpha(L_p(R_+^n)) \subset K_+^\alpha(L_p(R_+^n))$

достаточно выполнение условия $t\tau_0 D_-^{\alpha/2}(G_+^\alpha \varphi)(x)=0$.

Литература

1. Самко С.Г. Гиперсингулярные интегралы и их приложения.- Изд-во Ростовского ун-та, 1984 г.
2. Стейн И. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций. –М.: «Мир», 1973 г.
3. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М.: «Наука», 1981 г.
4. Рубин Б.С. Метод односторонних потенциалов в теории некоторых классов дифференцируемых потенциалов по полупространству.- ВИНИТИ, №1456-85Деп., 1985 г.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ КОМПЛЕКСНЫХЧИСЕЛ ЗАДАННОЙ, РЕКУРРЕНТНЫМ СООТНОШЕНИЕМ

Рауф Мусеиб оглы Бабаев

Bakı Dövlət Universiteti,
Babaevrauf55@mail.ru

Пусть $x_1, x_2, x_3, \in R, q_1, q_2, q_3 \in R, q_1+q_2+q_3=1, q_i \ge 0, i=\overline{1,3}$ и

$$x_n = q_1 x_{n-3} + q_2 x_{n-2} + q_3 x_{n-1}, n \ge 4.$$

Верно равенство

$$x_{n+1}-x_n=-\left[(q_1+q_2)(x_n-x_{n-1})+q_1(x_{n-1}-x_{n-2})\right], n\geq 3$$

Лемма1. Для существования $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ необходимо и достаточно выполнение условия $\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+1}-x_n)=0,$ при этом верно равенство

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{q_1x_1+(q_1+q_2)x_2+x_3}{1+2q_1+q_2}$$

Доказательство. Достаточность. Имеем

$$x_{n+1}-x_n=-\left[(q_1+q_2)(x_n-x_{n-1})+q_1(x_{n-1}-x_{n-2})\right], n\geq 3 \tag{1}$$

Тогда на основе равенств

$$x_{n+1}=(x_{n+1}-x_n)+(x_n-x_{n-1})+\ldots+(x_5-x_4)+(x_4-x_3)+x_3 \tag{2}$$

и

$$x_{n+1}-x_n=-\left[(q_1+q_2)(x_n-x_{n-1})+q_1(x_{n-1}-x_{n-2})\right],$$
$$x_n-x_{n-1}=-\left[(q_1+q_2)(x_{n-1}-x_{n-2})+q_1(x_{n-2}-x_{n-3})\right],$$
$$\ldots$$
$$x_4-x_3=-\left[(q_1+q_2)(x_3-x_2)+q_1(x_2-x_1)\right],\ \ x_3=x_3$$

получим равенство

$$x_{n+1}=-\left[(q_1+q_2)x_n+q_1x_{n-1}-(q_1+q_2)x_2-q_1x_1\right]+x_3=$$
$$=-\left[(q_1+q_2)x_{n+1}-(q_1+q_2)(x_{n+1}-x_n)+q_1x_{n+1}-q_1(x_{n+1}-x_{n-1})-(q_1+q_2)x_2-q_1x_1\right]+x_3, n\geq 3$$

или

$$x_{n+1}+(q_1+q_2)x_{n+1}+q_1x_{n+1}=(q_1+q_2)(x_{n+1}-x_n)+q_1(x_{n+1}-x_{n-1})+(q_1+q_2)x_2+q_1x_1+x_3, n\geq 3. \tag{3}$$

Правая сторона равенства (3) имеет предел при $n\to+\infty$, тогда и левая сторона равенства (3) имеет предел и верно равенство

$$\lim_{n\to\infty} x_{n+1} = \frac{q_1x_1+(q_1+q_2)x_2+x_3}{1+2q_1+q_2}\ .$$

Достаточность условия доказано. Необходимость условия очевидно. Лемма доказана.

Лемма 2. Верно равенство:

$$x_{n+1}-x_n=(-1)^p\sum_{k=0}^{p} Cp^k(q_1+q_2)^{p-k}q_1^k(x_{n+1-(p-k)}-x_{n-(p+k)}), n=3,4,\ldots,\text{ где}$$

1) $p=\overline{1,\frac{n-1}{2}}$, при нечетном n ,

2) $p=\overline{1,\frac{n-2}{2}}$, при четном n.

Доказательство. Лемма доказывается методом математической индукции. Утверждение верно при p=1.

Пусть утверждение верно при p=m. Докажем, что оно верно и прир=m+1.
По условиям верно равенство

$$x_{n+1} - x_n = (-1)^m \sum_{k=0}^{m} Cn^k (q_1 + q_2)^{m-k} q_1^k (x_{n+1-(m+k)} - x_{n-(m+k)}) \qquad (4)$$

Из (4) и (1) следует, что

$$x_{n+1} - x_n = (-1)^{m+1} \left[\sum_{k=0}^{m} C_m^k (q_1 + q_2)^{m-k+1} q_1^k (x_{n-(m+k)} - x_{n-1-(m+k)}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=0}^{m} C_m^k (q_1 + q_2)^{m-k} q_1^{k+1} (x_{n-1-(m+k)} - x_{n-2-(m+k)}) \right] =$$

$$= (-1)^{m+1} \left[\sum_{k=0}^{m+1} C_{m+1}^k (q_1 + q_2)^{m+1-k} q_1^k (x_{n+1-(m+1+k)} - x_{n-(m+1+k)}) \right].$$

Лемма доказана.

Очевидно, что для любого $x_1, x_2, x_3 \in R$ верно неравенство

$$|x_n| \le \max\{|x_1|, |x_2|, |x_3|\} = M \langle +\infty, n \in N .$$

Лемма 3. Верно неравенство: при нечетном n

$$|x_{n+1} - x_n| \le 2M \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} \frac{C_{n-1}^k}{2} (q_1 + q_2)^{\frac{n-1}{2} - k} q_1^k = 2M (2q_1 + q_2)^{\frac{n-1}{2}},$$

при четномn

$$|x_{n+1} - x_n| \le 2M \sum_{k=0}^{\frac{n-2}{2}} \frac{C_{n-2}^k}{2} (q_1 + q_2)^{\frac{n-2}{2} - k} q_1^k = 2M (2q_1 + q_2)^{\frac{n-2}{2}}, n \ge 3$$

Из этой леммы следует, что при $2q_1 + q_2 \langle 1$ имеем

$$|x_{n+1} - x_n| \le 2M (2q_1 + q_2)^{\frac{n-2}{2}} \to 0, n \to \infty .$$

Очевидно, что $2q_1 + q_2 \langle 1 \Leftrightarrow q_1 \langle q_3$. Тогда верна

Теорема. Пусть $q_i \ge 0, i = 1,2,3, q_1 + q_2 + q_3 = 1$. Для сходимости последовательности $x_n = q_1 x_{n-3} + q_2 x_{n-2} + q_3 x_{n-1}, n \ge 4$, $x_1, x_2, x_3 \in R$,достаточно выполнения условия $q_1 \langle q_3$, при этом верно равенство

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{q_1 x_1 + (q_1 + q_2) x_2 + x_3}{1 + 2q_1 + q_2}$$

Пусть $z_1, z_2, z_3 \in C$, $q_1, q_2, q_3 \in C$, $q_1 + q_2 + q_3 = 1$ и $z_n = q_1 z_{n-3} + q_2 z_{n-2} + q_3 z_{n-1}, n \ge 4$.
Аналогично действительному случаю имеем:

$$|z_{n-1} - z_n| \le \begin{cases} (2|q_1| + |q_2|)^{\frac{n-2}{2}}, n - \textit{четный}, \\ (2|q_1| + |q_2|)^{\frac{n-1}{2}}, n - \textit{нечетный}, \end{cases}$$

$n \ge 3, M = \max\{|z_1|, |z_2|, |z_3|\}$.

Отсюда следует, что при $2|q_1| + |q_2| < 1$ верно неравенство

$$\left|z_{n+1} - z_n\right| \le 2M\left(2\left|q_1\right| + \left|q_2\right|\right)^{\frac{n-r}{2}}, n \ge 3$$

и

$$\lim_{n\to\infty}\left(z_{n-1} - z_n\right) = 0 \ .$$

Верна

Теорема. Пусть $q_1 + q_2 + q_3 = 1$.Для сходимости последовательности

$$z_n = q_1 z_{n-3} + q_2 z_{n-2} + q_3 z_{n-1}, n \ge 4 \ z_1, z_2, z_3 \in C$$

достаточно выполнение $2\left|q_1\right| + \left|q_2\right| < 1$. При этом верно равенство

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{q_1 z_1 + (q_1 + q_2) z_2 + z_3}{1 + 2q_1 + q_2}.$$

Ədəbiyyat

1. Akhmedov A.M, Babayev R.M. On the iterative sequences of the linear bounded operators and applications Bakı Universitetinin Xəbərləri. Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, Baki.2020,s5-11

БИЛИНЕЙНЫЕ ФУНКЦИИ И БИЛИНЕЙНЫЕ ФОРМЫ

Эльмага Агагасым оглы Гасымов, Ульвия Ширин кызы Мехтиева

Бакинский Государственный Университет
gasymov-elmagha@rambler.ru

Рассмотрим функцию от двух переменных векторов u, v пространства L^n, мы предполагаем, что дано правило, которое в соответствие каждой паре векторов u, v пространства L^n ставит некоторое число $\psi(u,v)$. Также предположим, что каковы бы ни были векторы u_1, u_2, u; v_1, v_2, v и числа λ_1, λ_2 эта функция является линейной по каждому из своих аргументов, т.е. представим:

$$\psi(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2, v) = \lambda_1 \psi(u_1, v) + \lambda_2 \psi(u_2, v),$$
$$\psi(u, \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \psi(u, v_1) + \lambda_2 \psi(u, v_2).$$

Тогда мы скажем, что ψ есть билинейная функция от двух переменных векторов пространства L^n. Отсюда возникает вопрос: Как выразим значение билинейной функции ψ через координаты векторов u, v соответственно, через $x_1, \ldots, x_n$ и $y_1, \ldots, y_n$, если нам дано, что векторы u и v заданы своими координатами относительно базиса $e_1, \ldots, e_n$, т.е. $u = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$, $v = y_1 e_1 + \ + \ldots + y_n e_n)$. Ответ прост.

$$\psi(u,v) = \psi(x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n, y_1 e_1 + \ldots + y_n e_n) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \psi(e_i, e_j) \qquad .(1)$$

Положим теперь $\psi(e_i, e_j) = a_{ij}$. Тогда из (1) вытекает, что

$$\psi(u,v) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i y_j .$$

Многочлены вида

$$\psi(x_1,\ldots,x_n; y_1,\ldots,y_n) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i y_j .$$

Линейные по каждому из двух рядов переменных называются билинейными формами от переменных $x_i; y_j$.

Легко доказывается следующая

Теорема. Для каждой квадратичной функции Φ существует лишь одна порождающая ее симметричная билинейная функция ψ, называемая полярной билинейной функцией от данной квадратичной.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ИНВАРИАНТНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Эльмага Агагасым оглы Гасымов, Назирин Намик гызы Ширинова

Бакинский Государственный Университет
gasymov-elmagha@rambler.ru

Пусть дан какой-нибудь многочлен второй степени от переменных $x,\ y$:

$$F(x,y) \equiv \varphi(x,y) + 2l(x,y) + a_0, \qquad (1)$$

$$\varphi(x,y) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2,\ \ l(x,y) = a_1x + a_2y. \qquad (2)$$

Обозначим через δ детерминант

$$\delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},$$

т.е. дискриминант квадратной формы $\varphi(x,y)$.

При переходе от прямоугольной системы координат Oxy к новой прямоугольной системе координат $O'x'y'$ многочлен $F(x,y)$ переходит в многочлен

$$F'(x',y') \equiv \varphi'(x',y') + 2l'(x',y') + a_0'.$$

Т.к. общее преобразование координат сводится к переносу начала и к переходу к новой координатной системе с тем же началом, тогда рассмотрим отдельно оба этих частных случая. Как мы знаем при переносе начала, т.е. при преобразовании $x = x' + x_0,\ y = y' + y_0$ коэффициенты a_{11}, a_{12}, a_{22} при старших членах многочлена $F(x,y)$ остаются неизменными. Другими словами. Остается неизменной матрица квадратичной формы $\varphi(x,y)$, а значит, и ее дискриминант δ.

Если новая координатная система имеет то же начало $O' = O$, что и старая, то

$$\varphi'(x',y') \equiv a'_{11}x'^2 + 2a'_{12}x'y' + a'_{22}y'^2,$$

$$l'(x',y') \equiv a'_1x' + a'_2y',$$

причем имеем,

$$\delta' = \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \delta .$$

Сформулируем два определения.

Определение 1. Общее (неоднородное) преобразование

$$\left.\begin{aligned} x &= c_{11}x' + c_{12}y' + c_1 \\ y &= c_{21}x' + c_{22}y' + c_2 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

называется ортогональным, если ортогональна его матрица

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix},$$

т.е. матрица, составленная из коэффициентов при переменных.

Определение 2. Пусть дана целая рациональная функция $J(a_{11}, a_{12},\ \ a_{22}, a_1, a_2, a_0)$ от коэффициентов многочлена

$$F(x,y) \equiv a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_1x + 2a_2y + a_0 .$$

При произвольном ортогональном преобразовании (3) многочлен $F(x,y)$ тождественно переходит в

$$F(x',y') \equiv a'_{11}x'^2 + 2a'_{12}x'y' + a'_{22}y'^2 + 2a'_1x' + 2a'_2y' + a'_0.$$

Если при этом всегда, т.е. для любого ортогонального преобразования (3), при любом наборе значений $a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_1, a_2, a_0$

$$J(a'_{11}, a'_{12}, a'_{22}, a'_1, a'_2, a'_0) = J(a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_1, a_2, a_0)\,, \tag{4}$$

то функция J называется ортогональным инвариантом многочлена $F(x,y)$.

Имеет место следующая теорема.

Теорема. Функции

$$S = a_{11} + a_{22}\,,\ \delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},\ \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_1 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}$$

от коэффициентов многочлена (1) являются ортогональными инвариантами этого многочлена.

Литература

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. Москва: Наука, 1968.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ ХИЩНИК-ЖЕРТВА

Арзу Мурад гызы Гулиева, Зульфия Ширин гызы Мехтиева

Бакинский Государственный Университет

arzuquliyeva@bsu.edu.az, zulf.mehdiyeva@gmail.com

Пусть в области $D=\{(t,x):0\le x\le 1, 0\le t\le 1\}$ требуется найти функции $\overline{N}(t,x),\overline{P}(t,x),\overline{v}(t,x)$ и $\overline{m}(t,x)$, удовлетворяющие пространственной модели

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\overline{N}}{\partial\overline{t}}=\overline{N}(1-\overline{N})-\frac{\overline{a}\overline{N}\overline{P}}{1+\overline{a}\overline{h}\overline{N}}+S_N\frac{\partial^2\overline{N}}{\partial\overline{x}^2}+f_1(t,x),\\
\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{t}}=\frac{\overline{a}\overline{N}\overline{P}}{1+\overline{a}\overline{h}\overline{N}}-\overline{m}\overline{P}-\frac{\partial(\overline{P}\overline{v})}{\partial\overline{x}}+S_P\frac{\partial^2\overline{P}}{\partial\overline{x}^2}+f_2(t,x),\qquad (1)\\
\frac{\partial\overline{v}}{\partial\overline{t}}=\overline{k}\frac{\partial\overline{N}}{\partial\overline{x}}+S_v\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial\overline{x}^2}+f_3(t,x).
\end{gathered}$$

Поставлены следующие начальные условия:

$$\overline{N}(0,x)=N_0(x),\quad 0\le x\le 1, \qquad (2)$$

$$\overline{P}(0,x)=P_0(x), \qquad (3)$$

$$\overline{v}(0,x)=v_0(x) \qquad (4)$$

и краевые условия:

$$\begin{gathered}
\overline{N}_x(t,0)=\psi_1(t),\ \overline{P}_x(t,0)=\psi_3(t),\ \overline{v}(t,0)=\psi_5(t),\\
\overline{N}_x(t,1)=\psi_2(t),\ \overline{P}_x(t,1)=\psi_4(t),\ \overline{v}(t,1)=\psi_6(t),\quad 0\le t\le 1.
\end{gathered}\qquad (5)$$

Для нахождения $\overline{m}(t)$ задаем условие переопределения

$$\overline{P}(t,\xi)=p(t), \qquad (6)$$

где ξ - фиксированная точка из интервала $(0,1)$. $N_0(x),P_0(x),v_0(x),\psi_1(t),\ \psi_2(t),$ $\psi_3(t),\psi_4(t),\ \psi_5(t),\ \psi_6(t),\ p(t)$ - заданные функции.

Для численного решения задачи (1)-(6) обозначим через ω_S равномерную сетку по пространству с шагом s на отрезке $[0,1]$:

$$\omega_s=\{x_j=j\cdot s,\ j=\overline{0,M}, sM=1\},$$

а через ω_τ равномерную сетку по времени с шагом τ на отрезке $[0,1]$:

$$\omega_\tau=\{t_n=n\tau, n=\overline{0,N}, \tau N=1\}.$$

Тогда $\omega_{s\tau}=\{(t_n,x_j): j=\overline{0,M}, n=\overline{0,N}\}$ - узлы пространственно-временной сетки.

Для построения разностной схемы, аппроксимируем $N_{xx}(t,x),P_{xx}(t,x),\ v_{xx}(t,x)$ в уравнении (1) на $(n+1)$-ом слое по времени, а функции $N_x(t,x),P_x(t,x),v_x(t,x)$ в уравнении аппроксимируем на n-ом слое по времени. Начальные краевые условия аппроксимируем точно. Численное значение $N(t_n, x_j)$ обозначим через $y_j^n, P(t_n, x_j)$ обозначим через $z_j^n, v(t_n, x_j)$ обозначим q_j^n. В результате получим следующую разностную задачу:

$$\frac{y_j^{n+1}-y_j^n}{\tau}=y_j^n(1-y_j^n)-\frac{a(x_j)y_j^n\cdot z_j^n}{1+a(x_j)h(x_j)y_j^n}+S_N(t_n)\frac{y_{j+1}^{n+1}-2y_j^{n+1}+y_{j-1}^{n+1}}{s^2}+f_1(t_n,x_j), \tag{7}$$

$$\frac{z_j^{n+1}-z_j^n}{\tau}=\frac{a(x_j)y_j^n\cdot z_j^n}{1+a(x_j)h(x_j)y_j^n}-m^{n+1}z_j^n-\frac{z_{j+1}^n-z_{j-1}^n}{2s}q_j^n-\frac{q_{j+1}^n-q_{j-1}^n}{2s}z_j^n+$$

$$+S_P(t_n)\frac{z_{j+1}^{n+1}-2z_j^{n+1}+z_{j-1}^{n+1}}{s}+f_1(t_n,x_j), \tag{8}$$

$$\frac{q_j^{n+1}-q_j^n}{\tau}=\frac{y_{j+1}^n-y_{j-1}^n}{2s}k(x_j)+S_v(t_n)\frac{q_{j+1}^{n+1}-2q_j^{n+1}+q_{j-1}^{n+1}}{s^2}+f_3(t_n,x_j), \tag{9}$$

$$j=\overline{1,M-1},\ n=\overline{0,N-1},$$

$$\frac{y_1^{n+1}-y_0^n}{s}=\psi_1(t_{n+1}),\frac{z_1^{n+1}-z_0^n}{s}=\psi_3(t_{n+1}),\ q_0^{n+1}=\psi_5(t_{n+1}), \tag{10}$$

$$\frac{y_M^{n+1}-y_{M-1}^{n+1}}{s}=\psi_2(t_{n+1}),\frac{z_M^{n+1}-z_{M-1}^{n+1}}{s}=\psi_4(t_{n+1}),\ q_M^{n+1}=\psi_6(t_{n+1}), \tag{11}$$

$$z_l^{n+1}=P(t_{n+1}).$$

Считая, что $a(x), h(x), K(x), S_N(t), S_p(t), S_v(t)$ известные функции, их аппроксимируем точно. Точке ξ соответствует узел с номером l.

Литература

1. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: ЛКИ, 2009, 480 с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001, 632 с.

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

Афаг Физули кызы Гусейнова, Ханым Тофиг кызы Гусейнова, Зюмруд Садиг кызы Нахметова

Бакинский Государственный Университет

huseynova.bsu@gmail.com,nehmetovazumrud9@gmail.com

Современные проблемы естествознания приводят к необходимости обобщения классических задач математической физики, а также к постановке качественно новых задач, к которым можно отнести нелокальные задачи для дифференциальных уравнений. Нелокальными называютусловия, связывающие значения решения (и, возможно, его производных)во внутренних областях или в точках границы и в каких-либо внутренних точках. Среди нелокальных задач большой интерес представляют задачи с интегральными условиями. Нелокальные интегральные условия описывают поведение решения во внутренних точках области в виде некоторого среднего. Такого рода интегральные условия встречаются при исследовании физических явлений в случае, когда граница области протекания процесса недоступна для непосредственных измерений. Примером могут служить задачи, возникающие при исследовании диффузии частиц в турбулентной плазме [1], процессов распространения тепла [2, 3], процесса влагопереноса в капиллярно-простых средах [4], а также при исследовании некоторых обратных задач математической физики.

Работа посвящена актуальной проблеме раздела дифференциальных уравнений с частными производными - задаче с нелокальным интегральным условием. Исследование таких задач представляет интерес так с точки зрения развития общей теориидифференциальных уравнений с частными производными, так и с точки зрения приложений в математическом моделировании различных процессов.

Рассмотрим для уравнения

$$u_{tt}(x,t)+u_{xx}(x,t)=a(t)u(x,t)+f(x,t) \tag{1}$$

в области $D_T=\{(x,t):0<x<1, 0<t<T\}$ краевую задачу с граничными условиями

$$u_t(x,0)=\varphi(x),\ \ u(x,T)=\psi(x) \quad (0\le x\le 1), \tag{2}$$

$$u(0,t)=u(1,t) \tag{3}$$

с неклассическим краевым условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx=0 \ \ (0\le t\le T) \tag{4}$$

где $f(x,t),\ \varphi(x),\ \ \psi(x),\ \ a(t)$ - заданные функции, а $u(x,t)$-искомая функция.

Определение. Под классическим решением задачи (1)-(4) понимаем функцию $u(x,t)$ непрерывную в замкнутой области $\overline{D}_T$ вместе со всемисвоими производными, входящими в уравнение (1)и удовлетворяющую условиям(1)-(4) в обычном смысле.

Предположим, что данные задачи (1)-(4), удовлетворяют следующим условиям:

1. $\varphi(x)\in C^2[0,1],\ \varphi'''(x)\in L_2(0,1)$ и

$$\varphi(0)=\varphi(1)\ ,\varphi'(0)=\varphi'(1),\varphi''(0)=\varphi''(1),\ \int_0^1\varphi(x)dx=0,$$

2. $\psi(x)\in C^1[0,1],\ \psi''(x)\in L_2(0,1)$ и $\psi(0)=\psi(1)\ ,\psi'(0)=\psi'(1),\int_0^1\psi(x)dx=0,$

3. $f(x,t),\ f_x(x,t)\in C(D_T),\ f_{xx}(x,t)\in L_2(D_T)$ и

$$f(0,t)=\ f(1,t),\ f_x(0,t)=\ f_x(1,t),\int_0^1 f(x,t)dx=0,(0\le t\le T).$$

Сначала рассматривается вспомогательная краевая задача и доказывается ее эквивалентность (в определенном смысле) к исходной задаче. Для исследования вспомогательной краевой задачи сначала используется метод разделения переменных.

После применения формальной схемы метода разделения переменных решение прямой краевой задачисводится к решению задачи с неизвестными коэффициентами. После этого решение задачи сводится к решению некоторой счетной системы интегро-дифференциальных уравнений относительно неизвестных коэффициентов. В свою очередь, последняя система относительно неизвестных коэффициентов записывается в виде одного интегро-дифференциального уравнения относительно искомого решения. Таким образом, решение вспомогательной обратной краевой задачи сводится к системе интегро-дифференциальных уравнений. Строится конкретное банахово пространство. Далее, в шаре из построенного банахова пространства с помощью сжатых отображений доказывается разрешимость системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, которая также является единственным решением вспомогательной обратной краевой задачи. С использованием эквивалентности задач доказывается существование и единственность классического решения исходной задачи.

Литература

1. Самарский, А.А. О некоторых проблемах теории дифференциальных уравнений // Диф. уравнения. – 1980. – Т. 16, № 11. – Р. 1925–1935.
2. Cannon, J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy / // Quart. Appl. Math.. – 1963. – Vol. 5, № 21. – P. 155–160.
3. Ионкин, Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Диф. уравнения. – 1977. – Т. 13, № 2. – Р. 294–304.
4. Нахушев, А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приближения к динамике померенной влаги и грунтовых вод .Диф. уравнения. – 1982. – Т. 18, № 1. – С. 72–81.

ОБ УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С НЕКЛАССИЧЕСКИМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Ханым Тофик кызы Гусейнова

Bakı Dövlət Universiteti

xanimh77@gmail.com

Пусть объект управления в области

$$D_T = \{(x,t),\ 0 < x < 1,\ 0 < t < T\}$$

описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x)\frac{\partial z}{\partial x}\right) + b(x,t)z + u(x,t) \qquad (1)$$

с начальными условиями

$$z(x,0) = 0,\ \ z_t(x,0) = 0 \qquad (2)$$

с краевыми условиями

$$z(0,t)=0, \qquad z_x(1,t)=z_x(0,t), \qquad (3)$$

где $k(x)\in C[0,1]$, $k(x)\geq k>0$, $b(x,t)\in L_2(D_T)$, $u(x,t)-$ управление.

В дальнейшем, в качестве допустимого управления $u(x,t)$ будем рассматривать функции из пространства $L_2(D_T)$, а решение задачи (1)-(3) для заданного управления понимается в обобщенном смысле.

Система, состояние которой определяется как решение задачи (1)-(3) называется управляемой, если наблюдение $cz=z(x,t)$ заметает некоторое подпространство, плотное в пространстве $L_2^n(D_T)$, когда управление $u(x,t)$ пробегает все пространство $L_2^m(D_T)$.

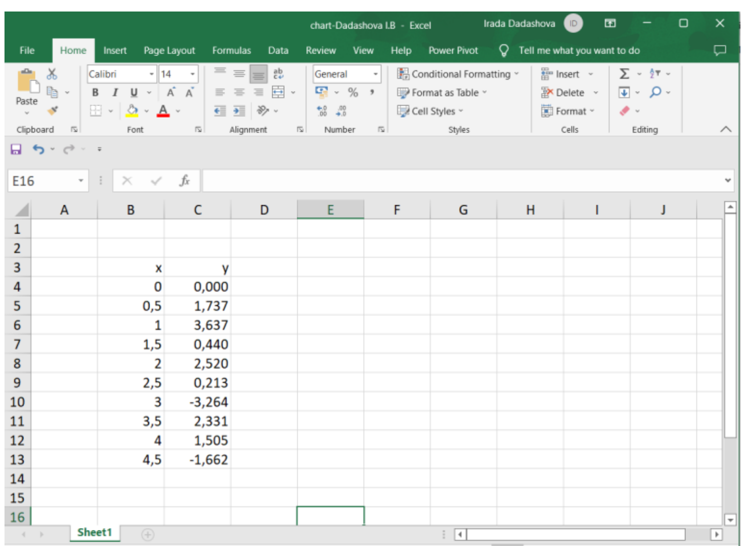
Теорема. Система, состояние которой определяется как решение задачи (1)(3) управляема.

ОДНА ЗАДАЧИ АППРОКСИМАЦИИ В СИСТЕМАХ VBA

Ирада Баларза кызы Дадашова

Бакинский Государственный Университет,
irada-dadashova@rambler.ru

В работе исследуется аппроксимация задачи в системах VBA[1] (язык расшифровывается как Visual Basic for Application). с помощью прикладной программы Ms Excel. Постановка задачи: дано задача с зависимости величины *y* от некоторой величины *x*. Нам необходимо построить график на эти данные, а затем решить с помощью VBA в Ms Excel.

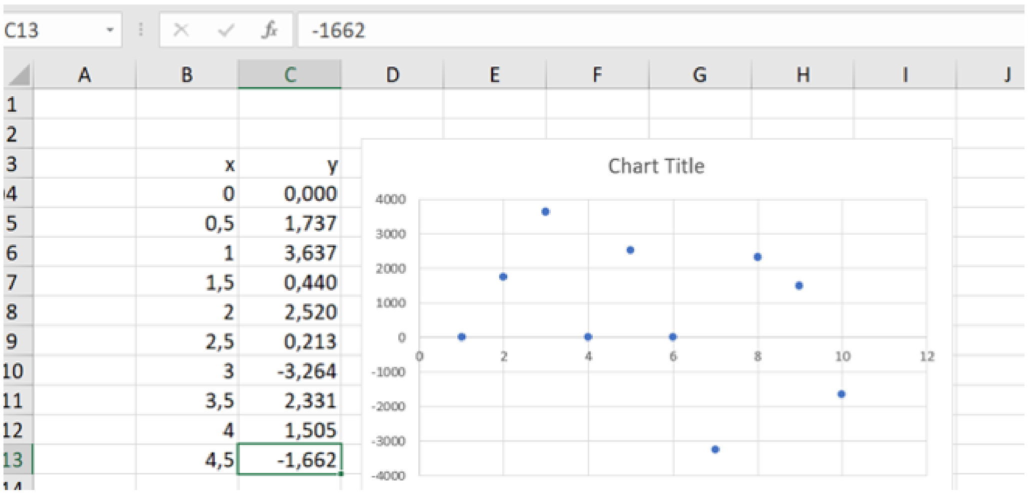


	x	y
	0	0,000
	0,5	1,737
	1	3,637
	1,5	0,440
	2	2,520
	2,5	0,213
	3	-3,264
	3,5	2,331
	4	1,505
	4,5	-1,662

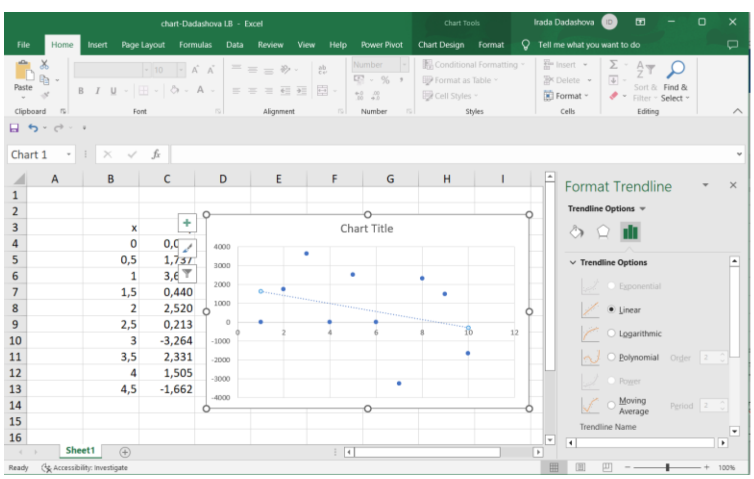
После того как мы построим уравнение мы можем уже не пользоваться нашими данными, а вычисления производить естественно в заданном диапазоне там, где мы строили это уравнения, с помощью этого уравнения.

[1] язык программирования

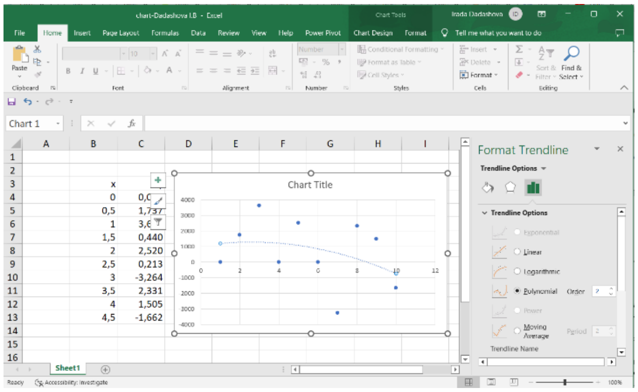
Итак, для того чтобы решить эту задачу первый шаг мы не должны построить - сделать графическое представление данных. Для этого выберем *Вставку,* выбираем тип графика точечный и дальше правая кнопка *Выбрать данные* - *Добавить данные.* Выбираем *значение x,* дальше выбираем значение *y.* И так мы построили диаграмму, которая представляет графически эти данные, вот таким множеством точек и представлен эти данные.

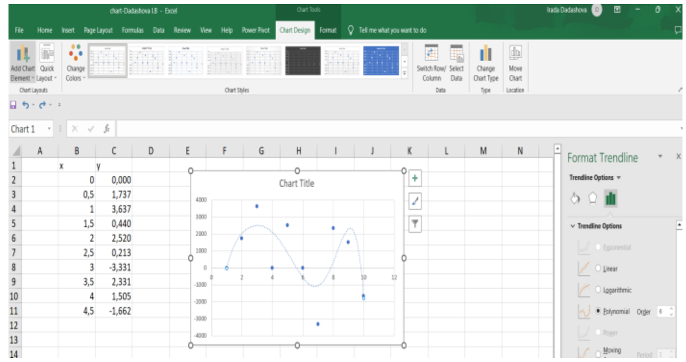


Итак, наша задача теперь найти уравнение, которое бы достаточно хорошо описывала значит это множество данных. Для этого воспользуемся функцию Excel *Добавить линию тренда.* Правая кнопка и выбираем в пункте меню контекстном *добавить линию тренда* и так линия тренда вот у нас окно параметров линии тренда и Excel предлагает нам *линейную линию тренда. Линейная линия тренда* очень неточно проходит по этим точкам. Очень грубо описывает это множество точек.

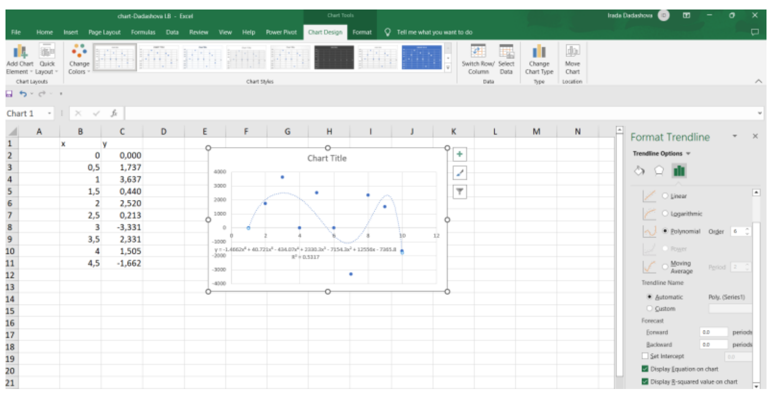


Поэтому выберем полиномиальную (поставим тут флажок). Полиномиальная зависимость второго порядка (ax^2+bx+c) тоже недостаточно. Можно увеличить степень. Excel позволяет максимально получить полином 6-го порядка. Полином шестого порядка может быть описана наши данные с помощью вот такой зависимости:





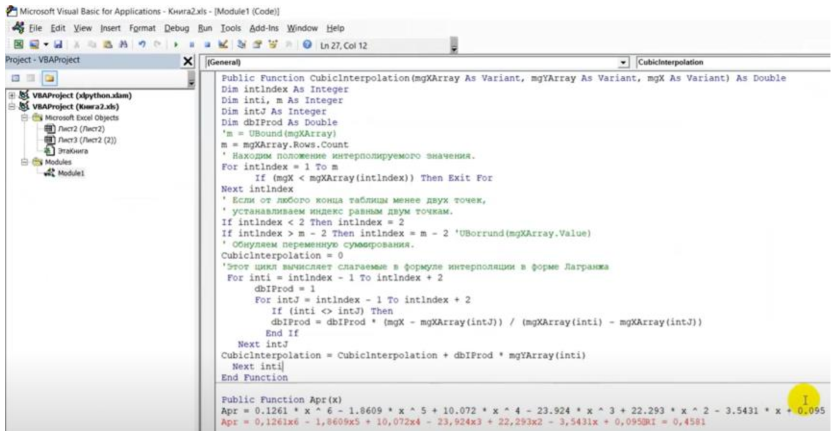
Внизу панели *формат линии тренда* нужно поставить флажок *показывать уравнение на диаграмме* и еще один флажок поместить на диаграмму *величину достоверности*. И так мы на диаграмме получили уравнение этой линии. Наши данные носит сложный характер, если бы они были несколько более гладкими безусловно мы могли бы гораздо точнее определить, но величина достоверности может иметь значение максимальной единицы, в нашем случае она принимает значение не высокой 0,53.

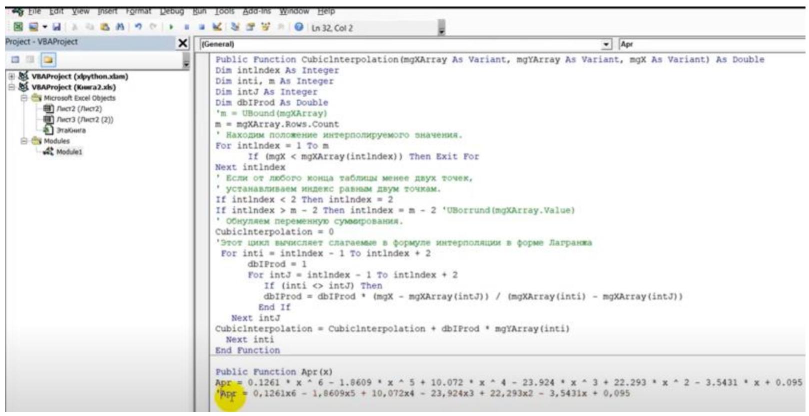


Воспользуемся этим уравнением. Теперь для того, чтобы мы могли эту уравнение реализовать перейдем, скопируем это уравнение Ctl+C и Alt+F11 перейдем VBA. И вот здесь мы должны написать функцию: *Public function Apr(x)* аргумент *x* и вот здесь имя функции присвоить эту зависимость. Ctl+V вставляем, вместо *y* добавляем *Apr*, теперь здесь нужно заменить запитые на точки в VBA разделитель, дальше между коэффициентом поставить знак умножить, возведение степень сделать *x*, и выполнить все эти операции и привести вот к такому уравнению. Вот наше уравнение.

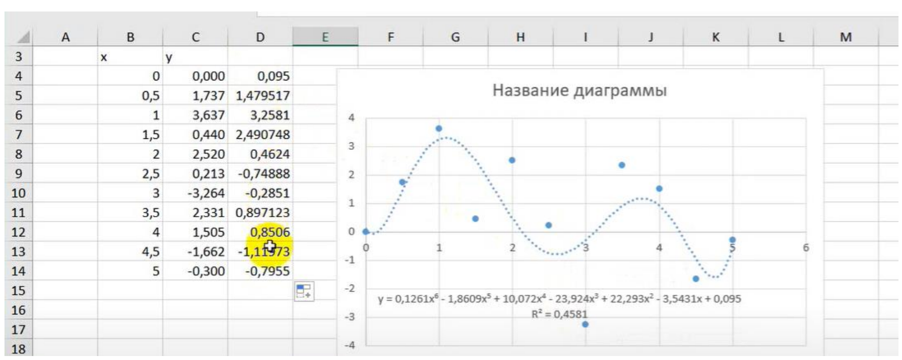
Мы здесь уберем коэффициент достоверности. Пока мы не выполнили эти операции VBA сообщает об ошибке.

Таким образом мы построили уравнение. Теперь я закомментирую это зависимость.





Это задача будет индивидуальна, и мы должны написать функцию которое вычисляет значение *y* по полученного уравнению аппроксимации. И теперь мы можем вычислить значение функции. Знак = выбираем функцию fx, и выбираем в категории *определенный пользователь* (*Вставка функции*) и выбираем *Apr* и указываем для какого значение она должна вычислят и нажимаем Enter. Дальше наводим курсор на точку в правом нижнем углу, это маркер автозаполнении, делаем 2-й щелчок и мы получаем значение которое вычислим.



	B	C	D
3	x	y	
4	0	0,000	0,095
5	0,5	1,737	1,479517
6	1	3,637	3,2581
7	1,5	0,440	2,490748
8	2	2,520	0,4624
9	2,5	0,213	-0,74888
10	3	-3,264	-0,2851
11	3,5	2,331	0,897123
12	4	1,505	0,8506
13	4,5	-1,662	-1,11973
14	5	-0,300	-0,7955

Таким образом задача аппроксимации решена. Для заданного множества мы получили уравнение аппроксимации, которое с определенной степени *достоверности* описывает и наконец вычислили с помощью уравнения новый ряд, ряд значений, которое вычисляется с помощью данного уравнения.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ АКУСТИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ

Севда Эльхан кызы Исаева

Бакинский Государственный Университет
isayevasevda@rambler.ru

Пусть $\Omega \in R^n\,(n \ge 1)$ ограниченная область с гладкой границей Γ_1, $\Omega_2 \subset \Omega$ - ее подобласть с гладкой границей Γ_2 и $\Omega_1 = \Omega \setminus (\Omega_2 \cup \Gamma_2)$ подобласть с границей $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, причем $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$. В области Ω рассматривается следующая нелинейная задача с нелинейными акустическими условиями сопряжения:

$$u_{tt} - \Delta u + |u_t|^{q_1-1} u_t + f(u) = 0 \text{ в } \Omega_1 \times (0,\infty), \tag{1}$$

$$\upsilon_{tt} - \Delta \upsilon + |\upsilon_t|^{q_2-1} \upsilon_t + g(\upsilon) = 0 \text{ в } \Omega_2 \times (0,\infty), \tag{2}$$

$$M\delta_{tt} + D\delta_t + K\delta = -u_t \text{ на } \Gamma_2 \times (0,\infty), \tag{3}$$

$$u = 0 \text{ на } \Gamma_1 \times (0,\infty), \tag{4}$$

$$u = \upsilon,\ \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon}{\partial \nu} + \rho(u_t) = \delta_t \text{ на } \Gamma_2 \times (0,\infty), \tag{5}$$

$$u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x),\ x \in \Omega_1, \tag{6}$$

$$\upsilon(x,0) = \upsilon_0(x),\ \upsilon_t(x,0) = \upsilon_1(x),\ x \in \Omega_2, \tag{7}$$

$$\delta(x,0) = \delta_0(x),\ \delta_t(x,0) = \frac{\partial u_0}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon_0}{\partial \nu} + \rho(u_1) \equiv \delta_1(x),\ x \in \Gamma_2, \tag{8}$$

где ν внешняя нормаль границы Γ; $f, g, \rho : (-\infty, +\infty) \to (-\infty, +\infty)$, $M, D, K : \Gamma_2 \to (-\infty, +\infty)$, $u_0, u_1 : \Omega_1 \to (-\infty, +\infty)$, $\upsilon_0, \upsilon_1 : \Omega_2 \to (-\infty, +\infty)$, $\delta_0 :\ \Gamma_2 \to (-\infty, +\infty)$ заданные функции, $q_i > 1\ (i = 1, 2)$.

Задачи с акустическими граничными условиями или акустическими условиями сопряжения представляют большой прикладной интерес (см., например, [1-3]).

Исследована смешанная задача (1)-(8) при выполнении следующих условий:

$$M, D, K \in C(\Gamma_2);\ M > 0,\ D > 0, K > 0 \text{ для } \forall x \in \Gamma_2;$$

$$p > 1,\ n = 1,2 \text{ и } 1 < p \le \frac{n}{n-2},\ n \ge 3;$$

$$f, g \in C^1(-\infty;+\infty),\ |f(s)| \le c_1 |s|^p,\ |f'(s)| \le c_2 |s|^{p-1},$$

$$|g(s)| \le c_3 |s|^p,\ |g'(s)| \le c_4 |s|^{p-1}\ (c_i > 0,\ i = 1,2,3,4);$$

$\rho(s)$ монотонно возрастающая дифференцируемая функция на $(-\infty; +\infty)$
и

$$|\rho(s)| \le c_5 |s|^{q_1}, \text{ где } c_5 > 0.$$

Доказано существование и единственность слабых решений смешанной задачи (1)-(8) для нелинейных волновых уравнений; то есть доказано, что для

$$\forall(u_0, \upsilon_0, \delta_0) \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1) \times H^1(\Omega_2) \times L^2(\Gamma_2),$$
$$\forall(u_1, \upsilon_1, \delta_1) \in L^{2q_1}(\Omega_1) \times L^{2q_2}(\Omega_2) \times L^2(\Gamma_2)$$

существует число $T > 0$ такое, что задача (1)-(8) имеет единственное слабое решение (u, υ, δ), удовлетворяющее условиям

$$u \in C\left([0,T]; H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right),\ u_t \in C\left([0,T]; L^2(\Omega_1)\right) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1 \times (0,T)),$$
$$\upsilon \in C\left([0,T]; H^1(\Omega_2)\right),\ \upsilon_t \in C\left([0,T]; L^2(\Omega_2)\right) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2 \times (0,T)),$$
$$\delta, \delta_t \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Gamma_2)\right);$$

кроме того, если $T_{\max} > 0$ – длина максимального интервала существования решения (u, υ, δ), то справедлива следующая альтернатива: либо $T_{\max} = +\infty$;

$$\text{либо} \lim_{t \to T_{\max}-0} \left(\|u_t\|_1^2 + \|\upsilon_t\|_2^2 + \|\nabla u\|_1^2 + \|\nabla \upsilon\|_2^2 + \left\|\sqrt{M}\,\delta_t\right\|_{\Gamma_2}^2 + \left\|\sqrt{K}\,\delta\right\|_{\Gamma_2}^2 \right) = +\infty .$$

Литература

1. Aliev A.B., Isayeva S.E., Exponential stability of the nonlinear transmission acoustic problem, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 41, no.16, 2018, pp. 7055-7073.
2. Aliev A.B., Isayeva S.E., Existence and nonexistence of global solutions for nonlinear transmission acoustic problem, Turkish Journal of Mathematics, 42, 2018, pp. 3211-3231.
3. Graber P.J., Wave equation with porous nonlinear acoustic boundary conditions generates a well-posed dynamical system, Nonlinear Anal. 73, 2010, pp. 3058-3068.

ОЦЕНКИ РЕШЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ВЫРОЖДЕНИЯМИ

Улдуз Адиль кызы Исмаил, Гумбат Казым оглу Мусаев

Бакинский Государственный Университет

ulduz.ismail@mail.ru

Пусть

$$\sum_{k=0}^{l} a^k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u = f(x)$$

операторно-дифференциальное уравнение в E – значном весовом пространстве L_p, где

$A = A(x)$ – неограниченный оператор в Банаховом пространстве E.

$a_k = a_k(x)$ – комплексные функции на $R = (+\infty, -\infty)$.

Соответствующий оператор реализации является генератором аналитической подгруппы.

Пусть $\mathbb{C}$ - множество комплексных чисел и

$$s_\varphi = \{\lambda; \lambda \in \mathbb{C}, |\arg\lambda| \le \varphi\} \cup \{0\}, 0 \le \varphi < \pi.$$

Замкнутая линейная операторная функция $A = A(x), x \in R$ называется равномерно φ – позитивной в Банаховом пространстве E, если $D(A(x))$ плотно в E и не зависит от x и существует положительная постоянная M, такая что

$$||(A(x) + \lambda I)^{-1}||_{L(E)} \leq M(1 + |\lambda|)^{-1}$$

для любых $x \in R, \lambda \in S_\varphi, \varphi \epsilon [0, \pi)$, где l – тождественный оператор в E,

а L(E) – пространство всех ограниченных линейных операторов в E.

Рассмотрим следующее свёрточное операторно-дифференциальное уравнение.

$$(L + \lambda)u = \sum_{k=0}^{l} a^k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u + \lambda u = f(x), x \in R \quad (1)$$

где$A = A(x)$ – линейный оператор в Банаховом пространстве E, $a_k = a_k(x)$ – комплексные функции.

Пусть $a_k \in L_1(R), k = 0,1,2, \dots, l$ и $\hat{A}(\xi)$- равномерно φ- позитивно в E, $\varphi \in [0, \pi)$. Предположим, что

$$L(\xi) = \sum_{k=0}^{l} \hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k \in S_{\varphi_1}, \varphi_1 < \pi - \varphi$$

и есть положительная постоянная C, такая что

$$|L(\xi)| \geq C|\xi|^l \sum_{k=0}^{l} |\hat{a}_k(\xi), \xi \in R \setminus \{0\}$$

Обозначим $\frac{d}{d\xi}\hat{A}(\xi)$ как $\hat{A}'(\xi)$.

Применяя преобразование Фурье к уравнению (1.1), получаем

$$\left[\sum_{k=0}^{l} \hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k + \hat{A}(\xi) + \lambda\right]\hat{u}(\xi) = \hat{f}(\xi)$$

где $\hat{a}_k(\xi), \hat{A}(\xi), \hat{u}(\xi)$ и $\hat{f}(\xi)$ обозначают преобразования Фурье $a_k(x), A(x), u(x)$ и $f(x)$ соответственно.

Поскольку $L(\xi) \in S_{\varphi_1}$ для всех $\xi \in R$ и $\hat{A}(\xi)\varphi$ – позитивный оператор,

$\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)$ обратим в E, т.е. $\left[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)\right]^{-1} \in L(E)$.

Таким образом, мы получаем, что решение уравнения (1.1) можно представить в виде

$$u(x) = F^{-1}\left[\hat{A}(\xi) + \left(\lambda + L(\xi)\right)\right]^{-1}\hat{f}. \quad (1.2)$$

Условие 1.1. Предположим, $a_k \in L_1(R)$,

$$L(\xi) = \sum_{k=0}^{l} \hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k \in S_{\varphi_1} \quad \varphi_1 + \varphi < \pi,$$

$$|L(\xi)| \geq C|\xi|^l \sum_{k=0}^{l} |\hat{a}_k(\xi), \xi \in R \setminus \{0\}$$

Лемма 1.1.: Пусть выполнено Условие 1.1. и $\lambda \in S_\varphi$. Тогда оператор функции

$G_i(\xi, \lambda)$, $i = 1,2,3$равномерно ограничены.

Литература

1. Немыцкий В.В., Вайнберг М.М., Гусарова Р.С.: Операторные дифференциальные уравнения. Итоги науки, 1966 г.
2. Гаевский Х., Грёгер К., Захариас К.: Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения, 1978г., 336 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЙ НА КРОМКАХ МЯГКИМИ ОСНОВАНИЯМИ

Халид Биннат оглы Мамедов, Искендер Бахтияр оглы Гусейнов

Бакинский Государственный Университет
iskendershakh@gmail.com

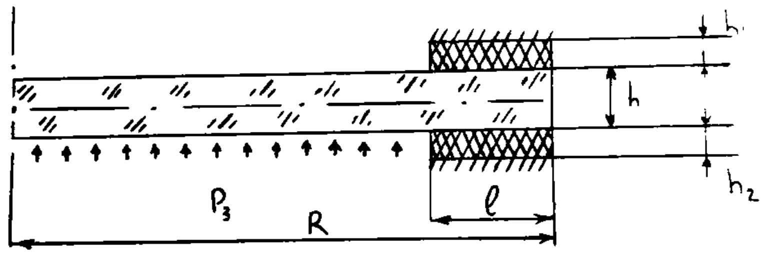
В работе [1] на основе [2,3] предложена модель составного оболочечного элемента, взаимодействующий на кромках мягкими основаниями. Ввиду того, что взаимодействующие с оболочкой элементы имеют малые размеры, кроме того, материал этих элементов можно квалифицировать как трансверсально мягкий, рассмотренную задачу можно упростить.

В контактной постановке разрешающие соотношения указанного составного цилиндрического оболочечного элемента содержав бы в себе уравнении равновесия как для оболочки, так и для каждого контактирующего с оболочкой элемента, а также соотношений, означающие неразрывность перемещений в контактных областях.

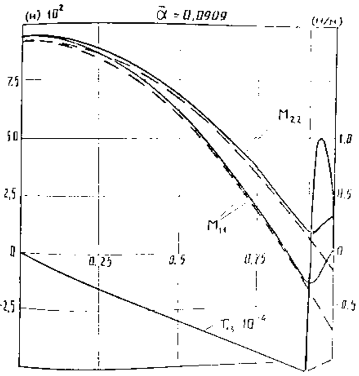
В качестве примера рассматривается круглая пластина, взаимодействующая на контуре с основаниями и находящаяся под действием нормальной к срединной поверхности пластинки равномерно распределённой поверхности нагрузки интенсивностью $P_3 = 0.1 МПа$. Геометрические и физико-механические характеристики пластинки имеют следующие значения: толщина пластинки $h = 1.0\,см$, модель упругости материала пластинки $E = 3210.0 МПа$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.38$. Соответствующие характеристики деформируемых оснований имеют значения: толщина $h_1 = h_2 = 0.3 см$, модуль упругости $E_1 = E_2 = 2.727 МПа$, коэффициент Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = 0.33$, $R - l = 22.0\,см$ (рис. 1)

Проведен численный эксперимент для следующего значения безразмерного параметра $\overline{\alpha} = l/(R-l) = 0.0909$

Торцы круглой пластинки и оснований свободны от внешних связей. Внешние лицевые поверхности оснований жёстко защемлены.



(рис.1)



(рис.2)

На рисунке 2 показано распределение внутренних изгибающих моментов M_{11}, M_{22} и перерезывающего усилия T_{13}. Сплошными линиями нанесены результаты решения в контактной постановке, а пунктирными линиями – в приближенной постановке задачи.

По результатам численного эксперимента видно, что найденные значения указанных величин в контактной и приближённой постановке в зоне свободной от взаимодействия для M_{11} и M_{22} очень близки друг-другу, для T_{13} полностью совпадают. В зоне контакта разница между контактной постановкой и приближённой постановкой больше.

Литература

1. Мамедов Х.Б., Гусейнов И.Б. Об одном методе упрощения расчета составного элемента конструкции // Материалы республиканской научной конференции «Дифференциальные и интегральные операторы», посвященной 100-летию со дня рождения общенационального лидера Азербайджана Гейдара Алиева, БГУ, 2024
2. Паймушин В.Н., Фирсов В.А. Об одном способе математического описания и решения краевых задач механики деформирования оболочек, лежащих на сплошном или дискретном упругом основаниях // Проблемы машиностроения. – Киев: Наукова думка, 1982. - Вып. 16. - С.18-23.
3. Паймушин В.Н. Вариационная постановка задач механики составных тел кусочно-однородной структуры // Прикладная механика, 1985. – Т. 21, № 1. – С. 27-34.

СОСТАВНЫЕ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ С ЖИДКОСТЬЮ

Халид Биннат оглы Мамедов, Интигам Эльшан оглы Бахшалиев
Бакинский Государственный Университет
bakhshaliyevintigam@gmail.com

При обработке, транспортировке или при проведении каких-то операций с жидкостью естественно приходится использовать оболочки. Естественно эти оболочечные элементы могут быть использованы в виде ёмкости или как средства транспортировки в виде трубопровода.

Для безопасного сохранения или надежной транспортировки те оболочечные элементы должны быть изготовлены из прочных материалов. Если эти элементы будут иметь сложную структуру, тогда их расчет тоже должен быть проведенпо точным методам. Например, возникающее напряженно-деформированное состояние в трубопроводе должно быть исследовано математически наиболее точными методами, с другой стороны механическая модель должна быть выбрана правильно.

Поэтому в работе рассматривается оболочка вращения, взаимодействующая с жидкостью. Ввиду того, что эти оболочечные элементы взаимодействуют с деформируемыми основаниями, с целью более точного описания модели между оболочкой и деформируемыми основаниями, сформулируется контактная задача. Взаимодействие жидкой среды с оболочкой моделируется как действие внешней нагрузки с оболочкой.

Считается, что оболочка и основания деформируются без взаимного отрыва и скольжения. Перемещения и деформации элементов системы считаются малыми, изменением метрики по толщине оболочки и оснований можно пренебречь. Ввиду того, что принятие кинематической модели, не учитывающей поперечные и сдвиговые деформации взаимодействующих элементов приводит к математически некорректной задаче [1]. Кроме того, проявляется физическая некорректность, к примеру, появление бесконечно больших значений функции напряжения на границе зоны контакта. Поэтому в качестве кинематической модели принимается модель С.П.Тимошенко, учитывающая поперечное обжатие и сдвиг при малых перемещениях.

Здесь $u_1, u_2, w-$ проекции векторов перемещений точек срединных поверхностей оболочки и оснований на направления единичных векторов $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{m}$; γ_1, γ_2- повороты нормали а $\gamma-$ функция поперечного обжатия в направлении в рамках кинематической модели С.П. Тимошенко.

Составляя вариационное уравнение

$$\delta I = \int_L (\bar{R}\,\delta\bar{\upsilon} + \bar{G}\,\delta\bar{\gamma})dL + \iint_\Omega (\bar{\chi}\delta\bar{\upsilon} + \bar{M}\delta\bar{\gamma} - \delta w)d\sigma +$$

$$+\sum_{k=1}^{2} \iint_{\Omega_k} (\bar{F}^k \delta\bar{\gamma}^k + \bar{M}^k \delta\bar{\gamma}^k - \delta w_k)d\sigma = 0$$

где $\overline{\mathrm{F}}^{k} = \overline{\upsilon} + \delta_k h\overline{\gamma} + 2b_k\overline{\gamma}^k$.

Здесь $\overline{R}$ – контурные усилия, $\overline{G}$ – контурные моменты, $\overline{\chi}$, $\overline{M}, \overline{M}^k$ – поверхностные усилия и моменты, W, W_k – удельные потенциальные энергии деформации оболочки и оснований.

Литература.

1. Паймушин В. Н. К вариационным методам решения нелинейных пространственных задач сопряжения деформируемых тел // ДАН СССР. -1983, -Т.273, №5, -с. 1083-1086.
2. Паймушин В. Н., Фирсов В. А., Мамедов Х. Б. Осесимметричная деформация элементов остеклений летательных аппаратов с учетом податливости опорных закреплений // Изв. вузов: Авиационная техника. -1987, -№4, -с. 43-48.

МЕТОД ИНТЕГРИРОВАНИЯ ОДНОЙ КОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Малака Гасан кызы Махмудова

Бакинский Государственный Университет

mlk_maxmudova@hotmail.com

Для вещественнозначных последовательностей $a_n = a_n(t) \in C^{(1)}[0,\infty)$, $b_n = b_n(t) \in C^{(1)}[0,\infty)$ рассмотрим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{a}_n = \dfrac{\alpha}{2} a_n (b_n - b_{n+1}) + \dfrac{\beta}{2} a_n (a_{n-1}^2 - a_{n+1}^2 + b_n^2 - b_{n+1}^2), \\ \dot{b}_n = \alpha(a_{n-1}^2 - a_n^2) + \beta\left[a_{n-1}^2(b_{n-1} + b_n) - a_n^2(b_n + b_{n+1})\right], \; n = 0, \ldots N, \\ a_{-1} = a_N = 0, \; \cdot = \dfrac{d}{dt}, \end{cases} \tag{1}$$

где α и β вещественные числа.

Заметим, что система уравнений (1) является обобщением цепочки Тоды (при $\alpha = 1, \; \beta = 0$) и цепочки Вольтера (при $\alpha = 0, \; \beta = 1, \; b_n \equiv 0$), которые изучались в работах многих авторов(см. [1]-[4] и литературу в них). Для системы дифференциальных уравнений (1) поставим следующую задачу Коши

$$a_n(0) = a_n^0 > 0, \, b_n(0) = b_n^0, \quad n = 0,\ldots,N. \tag{2}$$

Теорема. При любых начальных данных $a_n^0 > 0$, b_n^0 задача (1)-(2) имеет единственное решение, определенное на полуоси $[0,\infty)$.

Наметим схему доказательстватеоремы.Вводим конечномерный оператор $L = L(t)$ действующий на $(N+1)$ мерный вектор $y = (y_0, y_1, \ldots, y_N)$ по формуле

$$(Ly)_n = a_{n-1}(t) y_{n-1} + b_n(t) y_n + a_n(t) y_{n+1}, \quad n = 0,\ldots, N$$

причем при подсчете $(Ly)_0$ и $(Ly)_N$ считается что $y_{-1}=0$, $y_{N+1}=0$. Нам понадобится такжеоператор $A=A(t)$, действующий по формуле

$$(Ay)_n = \frac{\alpha}{2}\left(a_n(t)y_{n+1}+a_{n-1}(t)y_{n-1}\right)+$$
$$+\frac{\beta}{2}\left[a_n(t)a_{n+1}(t)y_{n+2}+a_n(t)\left(b_n(t)+b_{n+1}(t)\right)y_{n+1}-\right.$$
$$\left.-a_{n-1}(t)\left(b_{n-1}(t)+b_n(t)\right)y_{n-1}-a_{n-2}(t)a_{n-1}(t)y_{n-2}\right],$$

где при подсчете $(Ay)_j$, $j=0,1,N-1,N$ считается что $y_k=0$ при $k=-2,-1,N+1,N+2$. Непосредственно проверяется, что операторы L и A образуют пару Лакса, т.е. удовлетворяют уравнению

$$\dot{L}=[L,A]=LA-AL$$

где точкой сверху обозначает производную. Последнее соотношение показывает, что семейство сильно непрерывно дифференцируемых операторов $L(t)$ унитарно эквивалентно. Отсюда находим, что для любого индекса n верны оценки

$$|a_n(t)|\le\|L(0)\|,\quad |b_n(t)|\le\|L(0)\| .$$

Далее, применив метод последовательных приближений получаем, что задача (1)-(2) имеет единственное решение, определенное в некотором сегменте $[0,\ \delta]$. Изпоследних оценок следует, что это решение продолжимо на всю полуось $[0,\infty)$.

Литература

1. Манаков С.В. О полной интегрируемости и стохастизациив дискретных динамических системах // Журн. эксперим. и теор.физ., 1974, т.67, №2, с.543-555.
2. Тода М. Теориянелинейных решеток. М.:Мир, 1984, 264 с.
3. Ханмамедов Аг.Х., Гусейнов И.М. Об одном алгоритме решения задачи Коши для конечной ленгмюровской цепочки// Журн. вычис.мат.и мат.физ., 2009, т.49, №9, с.1589-1593.
4. Teschl G. Jacobi operators and completely integrable nonlinear lattices // Math.surv.and monographs, AMS, Providence, 2000, v.72.

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ БУССИНЕСКА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

Яшар Топуш оглы Мегралиев, Айнур Низамеддин кызы Сафарова, Али Мафтун оглы Гусейнов

Бакинский Государственный Университет, Институт математики и механики
yashar_aze@mail.ru, safarova-aynur@bk.ru, elihuseynov1101@gmail.com

В последнее время уделяется большое внимание изучению различных эволюционных уравнений, описывающих волновые процессы в средах с дисперсией. Одним из них является уравнение Буссинеска, выведенное автором в [1] и описывающее распространение длинных волн на мелкой воде.Это уравнение интересно как с физической, так и с математической точки зрения.

В предлагаемой работе рассмотрена краевая задача с нелокальными условиями для уравнения Буссинеска четвёртого порядка.

Рассмотрим для уравнения [1].

$$u_{tt}(x,t)-2\alpha u_{txx}(x,t)+\beta u_{xxxx}(x,t)=a(t)u(x,t)+f(x,t) \tag{1}$$

в области $D_T=\{(x,t):\ 0<x<1,\quad 0<t<T\}$ обратную краевую задачу с нелокальными условиями

$$u(x,0)=\varphi(x)+\int_0^T p_1(t)u(x,t)dt,\, u_t(x,0)=\psi(x)+\int_0^T p_2(t)u(x,t)dt\quad (0\le x\le 1), \tag{2}$$

граничными условиями

$$u(0,t)=0, u_x(0,t),=u_x(1,t), u_{xx}(0,t)=0\ \ (0\le t\le T), \tag{3}$$

нелокальным интегральным условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx=0\ \ (0\le t\le T) \tag{4}$$

где,$\alpha>0, \beta>\alpha^2$ заданные числа , $f(x,t)$, $a(t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $p_i(t)\ (i=1,2)$ заданные функции, а $u(x,t)$ -искомая функция.

Определение. Под классическим решением задачи (1)-(4) понимаем функцию $u(x,t)$, непрерывную в замкнутой области $\overline{D}_T$ вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1)и удовлетворяющими условиям (1)-(4) в обычном смысле.

Наряду с краевой задачей (1)- (4) рассмотрим следующую вспомогательную краевую задачу: Требуется определить функцию $u(x,t)\in \tilde{C}^{(4,2)}(\overline{D}_T)$,из соотношений(1)-(3)и

$$u_{xxx}(0,t)=u_{xxx}(1,t),\ \ (0\le t\le T), \tag{5}$$

где

$$\tilde{C}^{(4,2)}(D_T)=\{u(x,t): u(x,t)\in C^2(D_T), u_{txx}(x,t), u_{xxx}(x,t), u_{xxxx}(x,t)\in C(D_T)\}.$$

Доказывается следующая

Теорема1. Пусть $f(x,t)\in C\, D_T$, $\psi(x)\in C[0,1]$, $p_i\ (t)\in C[0,T]\ (i=1,2)$, $\int_0^1 f(x,t)dx=0$, $(0\le t\le T)$, $\left(T\|p_2(t)\|_{C[0,T]}+\|p_1(t)\|_{C[0,T]}+\frac{T}{2}\|a(t)\|_{C[0,T]}\right)T<1$ и выполняются условия согласования

$$\int_0^1 \varphi(x)dx=0,\ \int_0^1 \psi(x)dx=0\,, \tag{6}$$

Тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(4) эквивалентна задаче определения функций $u(x,t)$,из (1)-(3), (5).

Предположим, что данные задачи (1)-(3),(5)удовлетворяют следующим условиям:

1. $\varphi(x) \in C^4[0,1],\ \varphi^{(5)}(x) \in L_2(0,1)$,

2. $\psi(x) \in C^2[0,1],\ \psi^{(3)}(x) \in L_2(0,1)$, $\psi(0) = 0,\ \psi'(0) = \psi'(1), \psi''(0) = 0$

3. $f(x,t),\ f_x(x,t),\ f_{xx}(x,t) \in C(D_T),\ f_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T)$,

$f(0,t) = 0,\ f_x(0,t) = f_x(1,t),\ f_{xx}(0,t) = 0$

4. $p_i(t) \in C[0,T]\ (i = 1,2)$.

Можно доказать следующую теорему:

Теорема 2.. Пусть выполнены условия 1 – 4. Тогда при достаточно малых значениях T задача (1)-(3), (5) имеет единственное решение.

С помощью теоремы 1доказывается следующая.

Теорема 3. Пусть выполняются все условия теоремы 2 и выполняются условия согласования (6). Тогда при достаточно малых значениях T задача (1)-(5) имеет единственное классическое решение.

Литература

1. Boussinesq J. Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide content dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de surface au fond//J. Math. Pures Appl. 1872. V. 17. P. 55—108.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ ХИЩНИК-ЖЕРТВА

Зульфия Ширин гызы Мехтиева

Бакинский Государственный Университет

zulf.mehdiyeva@gmail.com

Пусть в области $D = \{(t,x) : 0 \le x \le 1, 0 \le t \le 1\}$ требуется найти функции $\overline{N}(t,x), \overline{P}(t,x), \overline{v}(t,x)$ и $\overline{m}(t,x)$, удовлетворяющие пространственной модели

$$\frac{\partial \overline{N}}{\partial \overline{t}} = \overline{N}(1-\overline{N}) - \frac{\overline{a}\overline{N}\overline{P}}{1+\overline{a}\overline{h}\overline{N}} + S_N \frac{\partial^2 \overline{N}}{\partial \overline{x}^2} + f_1(t,x),$$

$$\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{t}} = \frac{\overline{a}\overline{N}\overline{P}}{1+\overline{a}\overline{h}\overline{N}} - \overline{m}\overline{P} - \frac{\partial(\overline{P}\overline{v})}{\partial \overline{x}} + S_P \frac{\partial^2 \overline{P}}{\partial \overline{x}^2} + f_2(t,x), \tag{1}$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{t}} = \overline{k}\frac{\partial \overline{N}}{\partial \overline{x}} + S_v \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial \overline{x}^2} + f_3(t,x).$$

Поставлены следующие начальные условия:

$$\overline{N}(0,x) = N_0(x), \quad 0 \le x \le 1, \tag{2}$$

$$\overline{P}(0,x) = P_0(x), \tag{3}$$

$$\overline{v}(0,x) = v_0(x) \tag{4}$$

и краевые условия:

$$\overline{N}_x(t,0)=\psi_1(t),\ \overline{P}_x(t,0)=\psi_3(t),\ \overline{v}(t,0)=\psi_5(t),$$

$$\overline{N}_x(t,1)=\psi_2(t),\ \overline{P}_x(t,1)=\psi_4(t),\ \overline{v}(t,1)=\psi_6(t),\quad 0\le t\le 1. \tag{5}$$

Для нахождения $\overline{m}(t)$ задаем условие переопределения

$$\overline{P}(t,\xi)=p(t), \tag{6}$$

где ξ - фиксированная точка из интервала $(0,1)$. $N_0(x), P_0(x), v_0(x), \psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t), \psi_4(t), \psi_5(t), \psi_6(t), p(t)$ - заданные функции.

Для численного решения задачи (1)-(6) обозначим через ω_S равномерную сетку по пространству с шагом s на отрезке $[0,1]$:

$$\omega_s=\{x_j=j\cdot s,\ j=\overline{0,M}, sM=1\},$$

а через ω_τ равномерную сетку по времени с шагом τ на отрезке $[0,1]$:

$$\omega_\tau=\{t_n=n\tau, n=\overline{0,N}, \tau N=1\}.$$

Тогда $\omega_{s\tau}=\{(t_n,x_j): j=\overline{0,M}, n=\overline{0,N}\}$ - узлы пространственно-временной сетки.

Для построения разностной схемы, аппроксимируем $N_{xx}(t,x), P_{xx}(t,x), v_{xx}(t,x)$ в уравнении (1) на $(n+1)$-ом слое по времени, а функции $N_x(t,x), P_x(t,x), v_x(t,x)$ в уравнении аппроксимируем на n-ом слое по времени. Начальные краевые условия аппроксимируем точно. Численное значение $N(t_n,x_j)$ обозначим через $y_j^n, P(t_n,x_j)$ обозначим через $z_j^n, v(t_n,x_j)$ обозначим q_j^n. В результате получим следующую разностную задачу:

$$\frac{y_j^{n+1}-y_j^n}{\tau}=y_j^n(1-y_j^n)-\frac{a(x_j)y_j^n\cdot z_j^n}{1+a(x_j)h(x_j)y_j^n}+S_N(t_n)\frac{y_{j+1}^{n+1}-2y_j^{n+1}+y_{j-1}^{n+1}}{s^2}+f_1(t_n,x_j), \tag{7}$$

$$\frac{z_j^{n+1}-z_j^n}{\tau}=\frac{a(x_j)y_j^n\cdot z_j^n}{1+a(x_j)h(x_j)y_j^n}-m^{n+1}z_j^n-\frac{z_{j+1}^n-z_{j-1}^n}{2s}q_j^n-\frac{q_{j+1}^n-q_{j-1}^n}{2s}z_j^n+$$

$$+S_P(t_n)\frac{z_{j+1}^{n+1}-2z_j^{n+1}+z_{j-1}^{n+1}}{s}+f_1(t_n,x_j) \quad ,(8)$$

$$\frac{q_j^{n+1}-q_j^n}{\tau}=\frac{y_{j+1}^n-y_{j-1}^n}{2s}k(x_j)+S_v(t_n)\frac{q_{j+1}^{n+1}-2q_j^{n+1}+q_{j-1}^{n+1}}{s^2}+f_3(t_n,x_j), \tag{9}$$

$$j=\overline{1,M-1},\ n=\overline{0,N-1},$$

$$\frac{y_1^{n+1}-y_0^n}{s}=\psi_1(t_{n+1}),\frac{z_1^{n+1}-z_0^n}{s}=\psi_3(t_{n+1}),\ q_0^{n+1}=\psi_5(t_{n+1}), \tag{10}$$

$$\frac{y_M^{n+1}-y_{M-1}^{n+1}}{s}=\psi_2(t_{n+1}),\frac{z_M^{n+1}-z_{M-1}^{n+1}}{s}=\psi_4(t_{n+1}),\ q_M^{n+1}=\psi_6(t_{n+1}), \tag{11}$$

$$z_l^{n+1}=P(t_{n+1}).$$

Считая, что $a(x), h(x), K(x), S_N(t), S_p(t), S_v(t)$ известные функции, их аппроксимируем точно. Точке ξ соответствует узел с номером l.

Литература

1. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: ЛКИ, 2009, 480 с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001, 632 с.

УСЛОВИЯ РАВНОСХОДИМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ОДНОГО ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА С ОБОБЩЕННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Эльдар Махмуд оглы Мустафаев

Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан
eldarmustafa59@gmail.com

Рассматривается оператор $L = -\Delta + q(x)$, где $q(x)$ является обобщенной функцией, порожденной комплекснозначной мерой σ, для которой существует интеграл

$$J(x) = \int_{E_3} \frac{|d(\sigma(y))|}{|x-y|}$$

имеет место $\sup_x |J(x)| \le C_1 < \infty$.

По работе[1]для финитной функции

$$f(x) \in D(L) = \{ f \in L_2(E_3) \mid f \in C(E_3) \cap L_2(E_3), -\Delta f + qf \in L_2(E_3) \}$$

при $\operatorname{Im} k > 0$ $\left(k \ne k_i, i = \overline{1, p_1},\ k_i - собственные\ значения\right)$ имеет место

$$\int_{E_3} G(x,y,k) f(y) dy = \sum_{j=1}^{p_1} \int_{E_3} A_j(x,y,k) f(y) dy + \sum_{j=1}^{n_2} \int_{E_3} Y_j(x,y,k) f(y) dy + \\ + \frac{2}{\pi} \int_\Gamma \int_W \frac{s^2 \psi(x,\omega,-s) \Phi(\omega,s)}{s^2 - k^2} ds d\omega, \tag{1}$$

где $G(x,y,\lambda)$- ядро резольвенты оператора L.

Применяя к (1) оператор $\left(L - k^2\right)$ получено разложение финитной функции $f(x) \in D(L)$ по решениям задачи теории рассеяния для оператора L в виде

$$f(x) = A(x) + B(x) + \frac{2}{\pi} \int_\Gamma s^2 ds \int_W \psi(x,\omega,-s) \Phi(\omega,s) d\omega.$$

$$A(x)=\sum_{j=1}^{p}\oint_{|s-k_j|=\delta}s^2ds\int_{E_3}G(x,y,s)f(y)dy,$$

$$B(x)=\sum_{j=1}^{l_2}\oint_{|s-\upsilon_j|=\delta}s^2ds\int_{E_3}G(x,y,s)f(y)dy,$$

k_j – собственные значения, υ_j -спектральные особенности оператора L.

Введено обозначение

$$J_N^f(x)=\int_0^N s^2ds\int_W\left[\psi(x,\omega,-s)\Phi(\omega,s)-e^{-is(x,\omega)}\hat{f}(s,\omega)\right]d\omega,$$

$$\hat{f}(s,\omega)=\int_{E_3}f(x)e^{i\lambda(x,\omega)}dx.$$

Доказаны следующие теоремы:

Теорема 1. При условии $C_1<4\pi$ оператор $L=-\Delta+q(x)$ не имеет ни дискретного спектра, ни спектральных особенностей.

Теорема 2. Пусть $f(x)\in L_1(E_3)\cap L_2(E_3)$. Тогда

$$\lim_{N\to\infty}\left|J_N^f(x)\right|=0$$

равномерно по $x\in E_3$.

Литература

1. MustafayevE.M., Muradova Sh. A.Description of dissipative extensions of one operator with potential in the form of a Dirac function. “Modern Problems of Mathematics and Mechanics. Proceedings of the International Conference dedicated to the 100-th anniversary of the National Leader Heydar Aliyev, 26-28 April, 2023, pp.302-304.

О МЕТОДЕ СУММИРОВАНИЯ ГАУСА-ВЕЙЕРШТРАССА

Рагим Микайыл оглы Рзаев, Севиль Вагиф гызы Иманова

Бакинский Государственный Университет,
rrzaev@rambler.ru,sevil.imanova.2017@gmail.com

Пусть f -это 2π -периодическая суммируемая по Лебегу функция, т.е. $f\in L(-\pi,\pi)$ и $\Phi(x)=e^{-4\pi^2x^2}, x\in R=(-\infty,\infty)$. Рассмотрим линейные средние ряда Фурье с сумматорной функцией $\Phi(x)$: (см[1]):

$$G_\Phi(x,\varepsilon;f)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\Phi(\varepsilon m)a_m(f)e^{imx},$$

где $a_m(f)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)e^{-imx}dx$ есть коэффициенты Фурье функции $f(x)$. Здесь $\Phi(x)$, $x\in R$, непрерывная функция такая, что $\Phi(0)=1,\ \Phi(-x)=\Phi(x),\ |\Phi(x)|\le A\cdot(1+|x|)^{-1-\delta}$, $|\hat{\Phi}(x)|\le A\cdot(1+|x|)^{-1-\delta}$ где A и δ некоторые положительные постоянные и

$$\hat{\Phi}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(t)e^{-ixt}dt$$

есть преобразование Фурье функции $\Phi(x)$.

Можно показать, что

$$G_\Phi(x,\varepsilon;f)=\frac{1}{\varepsilon}\int_R f(x-y)\hat{\Phi}\left(\frac{y}{\varepsilon}\right)dy,\ \ x\in R.$$

Введем также следующее обозначение (см[2]):

$$\omega_f(x_0;\delta)=\sup_{0<|h|\le\delta}\left\{\frac{1}{2h}\int_{x_0-h}^{x_0+h}|f(t)-f(x_0)|dt\right\}.$$

Теорема. Пусть $x_0\in[-\pi,\pi],\ f\in L(-\pi,\pi)$.Тогда при сходимости интеграла в правой части справедлива следующая оценка:

$$|G_\Phi(x_0,\varepsilon;f)-f(x_0)|\le c\times\int_1^\infty e^{-\frac{y^2}{16\pi^2}}\times\omega_f(x_0;4\varepsilon y)\quad(\varepsilon>0),\sum$$

где $\Phi(x)=e^{-4\pi^2x^2}$, $c>0$ некоторая положительная постоянная, не зависящая от x_0, f и ε.

Литература

1. Стейн И. , Вейс Г. Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах. М. : Мир 1974, 336 с.
2. Рзаев Р.М. Об аппроксимации существенно непрерывных функций сингулярными интегралами. Изв. вузов. Математика , 1989, №3 , с.57-62.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТИ КАК ВАЖНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ НАДЕЖНОЙ РАБОТЫ ПЛАТЕЖНЫХ СИСТЕМ

Рамин Бахтияр оглы Самедов

Бакинский Государственный Университет
ramin.samedov@gmail.com

В современном цифровом мире защита данных и отказоустойчивость систем являются критически важными аспектами для бизнеса, государственных учреждений и частных пользователей. Увеличение объема обрабатываемой информации подчеркивает необходимость обеспечения безопасности и надежности систем. Потеря данных или отказ оборудования могут привести к серьезным последствиям, включая финансовые убытки и остановку процессов.

Основными мерами для сохранности данных являются надежное резервное копирование, шифрование и защита информации, особенно актуальные в условиях учащающихся кибератак и сбоев оборудования. Отказоустойчивость систем позволяет им продолжать работу даже при сбоях, благодаря применению кластеров серверов и распределению нагрузки. Совместные усилия по обеспечению сохранности данных и отказоустойчивости систем помогают поддерживать непрерывный доступ к данным, минимизировать риски и повышать безопасность. В итоге, это снижает финансовые риски и обеспечивает стабильную работу систем в условиях постоянно меняющейся цифровой среды [1].

Примеры сбоев в таких крупных платежных системах, как в случае с VISA (июнь 2018) и Сбербанком (ноябрь 2021) [2], демонстрируют, что правильно настроенная отказоустойчивость могла бы минимизировать их последствия. Решение этих проблем требует комплексного подхода и учета ключевых факторов отказоустойчивости и финансовых рисков.

Для повышения отказоустойчивости применяются резервирование и избыточность. Резервные компоненты и избыточные ресурсы обеспечивают непрерывную работу системы даже при сбоях отдельных элементов. Это включает резервирование серверов, дисковых хранилищ и сетевых устройств. Кластеризация и балансировка нагрузки равномерно распределяют работу между серверами, предотвращая перегрузки и повышая производительность системы [3]. Важно также обучать персонал методам предотвращения инцидентов, что снижает риск ошибок, способных привести к потерям данных или отказам. Увеличение осведомленности пользователей об угрозах, таких как фишинг, помогает минимизировать риски.

Эти меры создают мощный барьер против угроз, с которыми сталкиваются современные информационные системы. Их понимание и внедрение способствуют защите данных и стабильной работе систем, что важно для долгосрочной устойчивости и успеха организаций.

Ошибки в настройке отказоустойчивости и защите данных могут привести к серьёзным последствиям, включая убытки и крах компаний. Примеры из реальной жизни показывают важность правильной настройки и тестирования систем отказоустойчивости. Регулярные проверки аварийных планов и резервных копий минимизируют риски подобных инцидентов и обеспечивают быстрое восстановление работы.

Литература

1. John Doe, Jane Smith: “A Comprehensive Analysis of the June 2018 Visa Outage: Causes, Impacts, and Lessons Learned"; International Journal of Financial Technology and Systems; 2019
2. Aleksey Ivanov, Elena Petrova: "Analysis of the November 2021 Sberbank Outage: Causes, Impacts, and Strategies for Enhanced Resilience"; Journal of Financial Engineering and System Resilience; 2022
3. Algirdas Avizienis, Jean-Claude Laprie, Brian Randell, & Carl Landwehr : "A Survey of Fault-Tolerant Systems" IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing 2004

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СУБДИФФЕРЕНЦИАЛА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Мисреддин Аллахверди оглы Садыхов, Гюнай Гусейн гызы Ахмедова.

Бакинский Государственный Университет

misreddin08@rambler.ru, gunay.axmedova.2406@gmail.com

В работе рассмотрены два определения субдифференциала первого порядка и изучен их свойств. Используя введенного определения субдифференциала получены необходимые условия экстремума.

1. Аппроксимативный субдифференциал. Пусть X банахово пространство, $\overline{R} = R \bigcup \{\pm\infty\}$, $f: X \to \overline{R}$, $domf = \{x \in X : |f(x)| < +\infty\}$, $x_0 \in domf$. Рассмотрим об одном определения субдифференциала функцией f в точке x_0 (см. [1]).Обозначим

$\Omega = \{r(\cdot) : r(t) \in X$, $\frac{r(t)}{t} \to 0$ при $t \downarrow 0\}$ и пусть

$$F^{+}(x_0; x) = \sup_{r(\cdot)\in\Omega} \overline{\lim_{t\downarrow 0}} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx + r(t)) - f(x_0)),$$

$$F^{-}(x_0; x) = \inf_{r(\cdot)\in\Omega,} \underline{\lim_{t\downarrow 0}} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx + r(t)) - f(x_0)),$$

$$F^{\mathrm{I}}(x_0; x) = \max\{F^{+}(x_0; x), -F^{-}(x_0; -x)\}.$$

Положим $df(x_0) = \{x^* \in X^* : \langle x^*, x\rangle \le F^{\mathrm{I}}(x_0; x) \ \textit{при} \ x \in X\}$.

Теорема 1. Если f достигает в точке $x_0 \in \Omega$ локального минимума или локального максимума на открытом множестве $\Omega \subset X$,то $0 \in df(x_0)$.

Положим $f^{+}(x_0; x) = \overline{\lim_{t\downarrow 0}} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx) - f(x_0))$, $f^{-}(x_0; x) = \underline{\lim_{t\downarrow 0}} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx) - f(x_0))$, при $x \in X$ и $f^{\mathrm{I}}(x_0; x) = \max\{f^{+}(x_0; x), -f^{-}(x_0; -x)\}$ при $x \in X$ (см.[2]).

Лемма 1. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $F^{+}(x_0; x) = f^{+}(x_0; x)$ и $F^{-}(x_0; x) = f^{-}(x_0; x)$ при $x \in X$.

Лемма 2. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $F^{\mathrm{I}}(x_0; x) = f^{\mathrm{I}}(x_0; x)$ при $x \in X$.

Лемма 3.Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $d(-f)(x_0) = -df(x_0)$.

Если f липшицевая функция вблизи x_0, то положим

$$f^{o}(x_0; x) = \overline{\lim_{\substack{y\to x_0\\ \lambda\downarrow 0}}} \frac{f(y + \lambda x) - f(y)}{\lambda}, \ \partial_C f(x_0) = \{x^* \in X^* : f^{o}(x_0; x) \ge \langle x^*, x\rangle, \ x \in X\},$$

где через $\partial_C f(x_0)$ обозначен субдифференциал Кларка функции f в точке x_0.

Лемма 4. Если f липшицевая функция вблизи x_0, то $df(x_0) \subset \partial_C f(x_0)$.

В общем случае функция $x \to F^{I}(x_0;x)$ не является сублинейной. Поэтому рассмотрим другое определение субдифференциала.

Будем говорить, что функция f в точке $x_0 \in domf$ допускает сублинейную аппроксима-цию $h(x)$, если $h(x)$ сублинейная полунепрерывная снизу функция и $h(x) \geq F^{\mathrm{I}}(x_0;x)$ при $x \in X$. Сублинейная аппроксимация h функций f в точке x_0 называется главной аппроксимацией, если не существует другая сублинейная аппроксимация h_1, такая, что $h(x) \geq h_1(x)$ при $x \in X$. Главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0, обозначим через $F^{m}(x_0;x)$.

Если f липшицевая функция вблизи точки x_0, то считаем, что $F^{m}(x_0;x) \leq f^{0}(x_0;x)$. Положим $d^{m}F(x_0) = \partial F^{m}(x_0;0)$.

Пусть f липшицевая функция вблизи точки x_0. Так как $F^{\mathrm{I}}(x_0;x) \leq f^{0}(x_0;x)$, то $f^{0}(x_0;x)$

является сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0. Отметим, что $f^{0}(x_0;x)$ общем случае не является главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0.

Пусть X банахово пространство, $\Omega \subset X$, $f: \Omega \to R$.

Теорема 2. Если f достигает в точке $x_0 \in \Omega$ локального минимума или локального максимума на открытом множестве $\Omega \subset \mathrm{X}$ и $\partial^{m}F(x_0)$ непусто, то $0 \in \partial^{m}F(x_0)$.

Если $C \subset X$, то положим $d_C(x) = \inf\{\|y - x\| : y \in C\}$.

Теорема 3. Если f удовлетворяет условию Липшица с постоянной K в окрестности точки x_0 и достигает минимума на множестве C в точке $x_0 \in C$, то $0 \in d^{m}(f(x_0) + Kd_C(x_0))$.

2. K **-субдифференциал**. Положим

$$f_{\Omega}^{+}(x_0;x) = \inf_{r(\cdot)\in\Omega} \overline{\lim_{t\downarrow 0}} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx + r(t)) - f(x_0)),$$

$$f_{\Omega}^{-}(x_0;x) = \sup_{r(\cdot)\in\Omega,} \underline{\lim_{t\downarrow 0}} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx + r(t)) - f(x_0)),$$

$$f_{\Omega}^{I}(x_0;x) = \max\{f_{\Omega}^{+}(x_0;x), -f_{\Omega}^{-}(x_0;-x)\}.$$

Множество $d_{\Omega}f(x_0) = \{x^{*} \in X^{*} : \langle x^{*}, x\rangle \leq f_{\Omega}^{I}(x_0;x) \text{ } при \text{ } x \in X\}$ назовем K-субдифференциалом функции f в точке x_0.

Лемма 5. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $f_{\Omega}^{+}(x_0;x) = f^{+}(x_0;x)$ и $f_{\Omega}^{-}(x_0;x) = f^{-}(x_0;x)$ при $x \in X$.

Лемма 6. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $f_{\Omega}^{I}(x_0;x) = f^{\mathrm{I}}(x_0;x)$ при $x \in X$.

Лемма 7. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $d_\Omega(-f)(x_0) = -d_\Omega f(x_0)$.

Теорема 4. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0 идостигает в точке $x_0 \in \Omega$ локального минимума или локального максимума на открытом множестве $\Omega \subset X$,то $0 \in d_\Omega f(x_0)$.

Лемма 8. Если f липшицевая функция вблизи x_0, то $d_\Omega f(x_0) \subset \partial_C f(x_0)$.

Отметим, что в общем случае функция $x \to f_\Omega^I(x_0; x)$ не является сублинейной. Поэтому рассмотрим другое определение субдифференциала.

Будем говорить, что функция f в точке $x_0 \in domf$ допускает сублинейную аппроксимацию h(x), если $h(x)$ сублинейная полунепрерывная снизу функция и $h(x) \geq f_\Omega^I(x_0; x)$ при $x \in X$. Сублинейная аппроксимация h функций f в точке x_0 называется главной аппроксимацией, если не существует другая сублинейная аппроксимация h_1, такая, что $h(x) \geq h_1(x)$ при $x \in X$. Главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0, обозна-

чим через $f_\Omega^m(x_0; x)$. Положим $d_\Omega^m f(x_0) = \partial f_\Omega^m(x_0; 0)$.

Пусть f липшицевая функция вблизи точки x_0. Так как $f_\Omega^I(x_0; x) \leq f^0(x_0; x)$, то $f^0(x_0; x)$ является сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0. Отметим, что $f^0(x_0; x)$ общем случае не является главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0.

Пусть X банахово пространство, $\Omega \subset X$, $f : \Omega \to R$.

Теорема 5. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0 и f дости-гает в точке $x_0 \in \Omega$ локального минимума или локального максимума на открытом мно-жестве $\Omega \subset X$, то $0 \in d_\Omega^m f(x_0)$.

Теорема 6. Если f удовлетворяет условию Липшица с постоянной K в окрестности точки x_0 и достигает минимума на множестве C в точке $x_0 \in C$, то $0 \in d_\Omega^m(f(x_0) + Kd_C(x_0))$.

Литература

1. Садыгов М.А. О необходимых условиях экстремума в одном классе негладких функций.
   Известия АН Азербайджанской ССР, 1980, № 4, с.118-124.
2. Садыгов М.А. Исследование негладких оптимизационных задач. Баку 2002, 125 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА АДАМСА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОДУ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Гюлбшан Халиг кызы Шафиева, Зюмруд Намиг кызы Аллахвердиева

Бакинский Государственный Университет
gulshan.shafiyeva@mail.ru, zkhalinbekova@inbox.ru[2]

Рассмотрим следующую задачу Коши для ОДУ первого порядка:

$$Z' = \varphi(t, z), \;\; Z(t_0) = Z_0, \;\; t_0 \le t \le T. \qquad (1)$$

Предположим, что непрерывное решение задачи (1) определено на отрезке $[t_0, T]$. Данная непрерывная по совокупности аргументов функция $\varphi(t, Z)$ определена в некоторой замкнутой области, в которой имеет непрерывные частные производные до порядка p, включительно. Для исследования численного решения задачи (1) разделим отрезок $[t_0, T]$ на N равных частей с использованием точек сетки $t_{i+1} = t_i + \tau \;\; (i = 0,1,\dots, N-1)$. И обозначим через $Z(t_i)$ точное значение решения задачи (1) в точке сетки t_i, а соответствующее приближенное значение через $Z_i \; (i = 0,1,.., N)$.

Известно, что одношаговые методы Рунге-Кутты и многошаговые методы Адамса являются наиболее популярными методами применяемые к численному решению задачи (1). Также к численному решению задачи (1) применяются многошаговые методы с постоянным шагом, которые являются обобщением методов Адамса и представляются в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^{m} \alpha_i Z_{n+i} = T \sum_{i=0}^{m} \beta_i \varphi_{n+i}, \;\; n = 0,1,2,.., N-m, \;\; \alpha_m \ne 0. \qquad (2)$$

Здесь $\alpha_i, \beta_i \; (i = 0,1,.., m)$ являются некоторыми действительными числами, m - порядком разностного метода (2), а $\varphi_j = \varphi(t_j, z_j), \; j = 0,1,\dots, N.$ Следует отметить, что метод (2) иногда называют конечно - разностными методами.

Метод (2) фундаментально исследован Дальквистом. Дальквист для исследования метода (2) ввел новые понятия как устойчивость и степень метода (2), которые можно представить в следующей форме:

Определение 1. Метод (2) называют устойчивым, если корни многочлена

$$\rho(\lambda) = \alpha_m \lambda^m + \alpha_{m-1} \lambda^{m-1} + \ldots + \alpha_1 \lambda + \alpha_0$$

лежат внутри единичного круга на границе, которого нет кратных корней.

Определения 2. Целочисленную величину r, называют степенью метода (2), если имеет место следующее равенство:

$$\sum_{i=0}^{m} (\alpha_i Z(t + i\tau) - \tau \beta_i Z'(t + i\tau) = O(\tau^{r+1}), \; h \to 0. \qquad (3)$$

Следует отметить, что метод (2) при условии $\alpha_m = 0$ и $\beta_m \ne 0$ исследовал Ибрагимов (см. например, [1]-[4]). Он доказал, что если следующий метод

$$\sum_{i=0}^{m-l} \alpha_i Z_{n+i} = \tau \sum_{i=0}^{m} \beta_i \varphi_{n+i}, \quad n = 0,1,2,\ldots, N-m, \tag{4}$$

при $\alpha_{m-l} \neq 0$ устойчив и имеет степень r, то $r \leq m+l+1$ для $m \geq 3l$. А так же построил устойчивый метод типа (4) при $m=3$ и $l=1$, со степенью $r=5$, который можно написать в следующей форме:

$$Z_{n+2} = (8Z_{n+1} + 11Z_n)/19 + h(10\varphi_n + 57\varphi_{n+1} + 24\varphi_{n+2} - \varphi_{n+3})/57. \tag{5}$$

Известно, что если метод (2) устойчив и $m=3$, то данный метод имеетмаксимальную степень $p_{\max} = 4$. Следовательно, метод (4) является более точным.

Как известно, каждый метод имеет свои недостатки и преимущества. Преимущество метода (4) заключается в том, что он более точен, чем метод (2). Однако, при его использовании возникает необходимость в вычислении значений искомых решений в последующих $(x_{m-l+1}, x_{m-l+2}, \ldots, x_m)$ точках. Впрочем, указанный недостаток можно исправить с помощью методов прогноза и коррекции.

Литература

1. Ibrahimov V.R. About one way construction A-stable methods, Application methods for solving differential and integral equations, Baku, 1983.
2. Ibrahimov V.R. On a relation between order and degree for stable forward jumping formula, Zh. Vychis. Mat, 1990, p. 1045-1056.
3. Ibrahimov V.R. About one way of constructing the bilateral methods, Annual of higher education. Institutions, Applied mathem. Sofia PRB 1984, p. 199-207.
4. Ibrahimov Vagif, Yue Xiao-Guang, Jurayev Davron On Some Advantages of the Predictor-Corrector Methods, Transactions on Data Analysis, December 2023, IETI, p. 79-89.
5. Ibrahimov V., Shafiyeva G. О Некоторых Применениях Метода Прогноза-Коррекции, Journal Kazakh, 2023, p. 1-10.

Mündəricat